



A Review of Various Methods of Multiphase Flow Modeling in Porous Media

S. Moghadam¹, F. Ameli^{2*}, M. R. Moghbeli³

1- Ph. D. Student of Chemical Engineering, Iran University of Science and Technology

2- Assistant Professor of Petroleum Engineering, Iran University of Science and Technology

3- Professor of Polymer Engineering, Iran University of Science and Technology

Email: ameli@iust.ac.ir

Abstract

Multiphase fluid flows occur when two or more fluids that could not be able to mix (such as air and water) find an interface. Multiphase flows can be categorized to single component multiphase fluids, e.g., water and vapor, and multi-component multiphase fluids such as oil-water mixture in porous media. These multiphase flow modeling methods that are divided into microscopic, mesoscopic and macroscopic approaches have been the major focus of this review paper by emphasizing on the methods of population balance model, level set, phase field, lattice boltzmann, size exclusion, front-tracking, and volume of fluid. As result of this study, it could be mentioned that the front-tracking and phase field methods could be accounted as methods with high accuracy and that level set and volume of fluid methods are conceptually simple, while the phase field methods are struggling with complex computational analysis. Achieving to the numerical instability like what happens to the lattice Boltzmann method is more probable than phase field and volume of fluid method. Less time is the main advantage of the lattice Boltzmann method while the population balance method is suffering from long time of analysis. Finally, selection of an appropriate methods must be executed based on concept of problem, time, cost and accuracy of considering systems.

Received: 20 September 2022

Accepted: 21 January 2023

Page Number: 21-43

Keywords:

Multiphase Flows,
Population Balance Model,
Level Set,
Phase Field,
Lattice Boltzmann,
Size Exclusion,
Front-Tracking, Volume of
Fluid

Please Cite this Article Using:

Moghadam, S., Ameli, F., & Moghbeli, M. R. (2024). A Review of Various Methods of Multiphase Flow Modeling in Porous Media. *Iranian Chemical Engineering Journal*, 23(132), 21-43, [In Persian].



مروری بر انواع روش‌های مدل‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل

صابر مقدم^۱، فروغ عاملی^{۲*}، محمدرضا مقبلی^۳

۱- دانشجوی دکتری مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- استادیار مهندسی نفت، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- استاد مهندسی پلیمر، دانشگاه علم و صنعت ایران

پیام نگار: ameli@iust.ac.ir

چکیده

جریان‌های سیال چندفازی زمانی رخ می‌دهند که دو یا چند سیال به‌آسانی با هم مخلوط نمی‌شوند (مانند هوا و آب) و یک سطح مشترک دارند. جریان‌های چندفازی می‌توانند شامل سیالات چندفازی تک‌جزئی؛ به‌عنوان مثال، آب و بخار خود و سیالات چندفازی چندجزئی؛ به‌عنوان مثال، نفت/آب در محیط متخلخل باشند. روش‌های مدل‌سازی جریان‌های چندفازی به سه دسته میکروسکوپی، مازوسکوپی و ماکروسکوپی تقسیم می‌شوند. در این مقاله، توصیف مهم‌ترین روش‌های مدل‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل از جمله موازنه جمعیت، تنظیم سطح، میدانی فازی، لتیس بولتزن، ممانعت اندازه، ردیابی جبهه و حجم سیال و مقایسه بین آن‌ها مرور می‌شود. روش‌های ردیابی جبهه و میدانی فازی از دقت بسیار بالایی برخوردارند. روش‌های تنظیم سطح و حجم سیال از نظر مفهومی ساده؛ ولی تجزیه و تحلیل محاسبات روش میدانی فازی پیچیده است. در روش‌های حجم سیال و میدانی فازی ایجاد ناپایداری عددی محتمل تر است، ولی این موضوع در روش لتیس بولتزن اتفاق نمی‌افتد. روش لتیس بولتزن به زمان اجرای کم و روش موازنه جمعیت به بیشترین مدت زمان نسبت به سایر روش‌ها نیاز دارد. روش‌ها دارای برتری‌ها و کاستی‌های مختلفی هستند، در نتیجه برای انتخاب روش مناسب باید شرایطی هم‌چون مفهوم مسأله، زمان، هزینه و دقت نتایج در نظر گرفته شود.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۶/۲۹
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۱/۰۱
شماره صفحات: ۲۱ تا ۴۳

کلیدواژه‌ها:

جریان‌های چندفازی،
موازنه جمعیت،
تنظیم سطح،
میدانی فازی،
لتیس بولتزن،
ممانعت اندازه،
ردیابی جبهه،
حجم سیال

* تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی شیمی - نفت و گاز، گروه مهندسی نفت

استناد به مقاله:

مقدم، صابر، عاملی، فروغ، و مقبلی، محمدرضا. (۱۴۰۳). مروری بر انواع روش‌های مدل‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل، نشریه مهندسی شیمی ایران، ۲۳(۱۳۲)، ۲۱-۴۳.

مشکلات مربوط به جریان چندفازی سیال در محیط متخلخل در مباحث مختلف رشته‌های مهندسی وجود دارد. در مهندسی شیمی، راکتورهای بستر آکنده^۱ به‌طور گسترده‌ای برای تسهیل واکنش‌های مختلف همگن (تک‌فاز) و هم‌چنین ناهمگن (چندفازی) استفاده می‌شود. در فرایندهای خاص، فازهای مایع و گاز همزمان رخ می‌دهند که به کاربرد مدل‌های جریان چندفازی برای تسهیل بهینه‌سازی طراحی نیاز دارند. از نظر تاریخی، بزرگ‌ترین انگیزه برای توسعه مدل‌های جریان چندفازی در رشته مهندسی نفت برای بازیابی بیشتر و کارآمدتر نفت و گاز از مخازن هیدروکربنی است. پژوهش‌های اولیه در زمینه جریان دوفازی موجود در سامانه‌های گاز-نفت و نفت-آب بود و توسعه بعدی مدل‌هایی را برای جریان سه فاز گاز، نفت و آب در سنگ‌های مخزن بیان کرد. هم‌چنین متخصصان آب‌شناسی^۲، مهندسان کشاورزی و فیزیک‌دانان خاک، علاقه‌مند به جریان در محیط‌های زمین‌شناسی هستند؛ اما در اعماق کمتر فعالیت می‌کنند. اخیراً، نگرانی‌های زیست‌محیطی منجر به افزایش علاقه به حرکت سیالات در ناحیه به اصطلاح وادوز^۳ یا غیراشباع بین جو و آب‌های زیرزمینی (منطقه اشباع) شده است. بسیاری از آلاینده‌های بالقوه آب زیرزمینی با رسوب اتمسفر^۴، نشت از مخازن زیرزمینی، دفع زباله‌های زیرزمینی و غیره در سطح خاک یا نزدیک آن وارد می‌شوند. علاوه بر این، دسته وسیعی از آلاینده‌های محیطی شامل ترکیبات آلی با حلالیت کم در آب است که می‌تواند به‌عنوان یک فاز مایع جداگانه در خاک رخ دهد. چنین مایعاتی شامل بسیاری از حلال‌های صنعتی پرکاربرد و سوخت‌های خودرو و جت است که متأسفانه اغلب از راه نشت‌های سطحی یا نشت از مخازن ذخیره‌سازی زیرزمینی وارد زمین می‌شوند [۱].

به‌طور کلی مدل‌سازی مقیاس حفره با هدف شبیه‌سازی جریان چندفازی در فضای حفره انجام می‌شود و معمولاً جریان چندفازی را از مقیاس میکرومتر تا سانتی‌متر شبیه‌سازی می‌کند. بنابراین رویدادهای مقیاس حفره را به توابع جریان مقیاس مغزه پیوند می‌دهد. تعداد قابل توجهی از تلاش‌ها به توسعه و بهبود روش‌های مدل‌سازی تحلیلی و یا عددی برای شبیه‌سازی جریان سیال

چندفازی در مقیاس حفره در محیط‌های متخلخل در دهه‌های گذشته اختصاص یافته است. در نتیجه روش‌ها و مدل‌های محاسباتی زیادی پیشنهاد و توسعه یافته‌اند [۲].

پدیده‌ها و جریان‌های سیال چندفازی زمانی اتفاق می‌افتند که دو یا چند سیال که به‌آسانی با هم مخلوط نمی‌شوند (مانند هوا و آب) یک سطح مشترک دارند. برهمکنش‌های چندفازی سیال تقریباً در فرایندهای طبیعی و صنعتی در همه جا وجود دارد. پدیده‌ها و جریان‌های چندفازی می‌توانند شامل سیالات چندفازی تک‌جزئی؛ به‌عنوان مثال، آب و بخار آب و سیالات چند فاز چند جزئی؛ به‌عنوان مثال، نفت/آب باشند. از مسائل مهم مبحث جریان‌های چندفازی، سطح مشترک بین فازهای مختلف است که باعث به‌وجود آمدن ناپیوستگی در مقادیر مشخصه‌های مؤثر در این سطح می‌شود. این ناپیوستگی باعث پیچیده‌شدن مدل‌سازی و اعمال شرایط مرزی خواهد شد. جریان چندفازی در محیط متخلخل فرایند بسیار مهمی است که مطالعه آن کاربرد وسیعی در علوم مرتبط با محیط زیست و صنایع نفت و گاز دارد. یکی از مبانی مطالعات جریان‌های چندفازی، وجود چندفاز در کنار یکدیگر و برهمکنش بین آن‌هاست. روش‌های مدل‌سازی جریان‌ها چندفازی به سه دسته میکروسکوپی، ماکروسکوپی و مزوسکوپی تقسیم می‌شود. در این مقاله، مهم‌ترین روش‌های مدل‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل و مقایسه بین مدل‌ها از نظر برتری‌ها و کاستی‌های آن‌ها توصیف می‌شود [۳].

۱-۱ روش‌های ماکروسکوپی

روش‌های ممانعت اندازه^۵، ردیابی جبهه^۶ و حجم سیال^۷ در این دسته‌بندی قرار می‌گیرد، که در ادامه به توصیف آنان پرداخته خواهد شد.

۱-۱-۱ نظریه ممانعت اندازه ذرات

مهاجرت ذرات معلق از راه محیط متخلخل معمولاً در طبیعت مشاهده می‌شود. در حالی که ذرات معلق در حال حرکت است، اتصال در منافذ کوچک (منافذ با شعاع کوچک‌تر از شعاع ذرات) ممکن است به دلیل ناسازگاری اندازه بین ذره و منفذ ایجاد شود. از این رو

5. Size Exclusion

6. Front-Tracking (FT)

7. Volume of Fluid (VOF)

1. Packed Bed

2. Hydrologists

3. Vadose Zone

4. Atmospheric Deposition

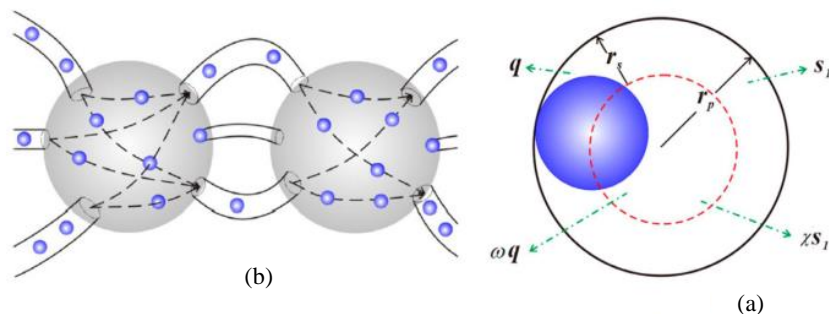
آزمایشگاهی برای صحت‌سنجی راه حل انجام داد [۵]. شکل (۱) طرحواره مبتنی بر تئوری ممانعت اندازه ذرات معلق است که از راه منافذ در جریان هستند. محیط متخلخل به‌عنوان یک ساختار بهم‌پیچیده از محفظه‌ها و مویرگ‌های موازی در نظر گرفته می‌شود. ذرات در محفظه جمع می‌شوند و سپس در هر منفذ جریان می‌یابند.

قسمت (a) شکل (۱) نشان می‌دهد که اگر $r_p > r_s$ باشد و ذره بتواند از درون منافذ عبور کند، از آنجایی که ذره دارای حجم مشخصی است، فقط می‌تواند در داخل یک ناحیه خاص از منافذ بزرگ (منافذ با شعاع بزرگ‌تر از شعاع ذرات) حرکت کند، که به‌عنوان ناحیه‌ای احاطه‌شده با پاره‌خط‌های قرمز نشان داده شده است. در غیر این صورت منافذ را وصل می‌کند و این نوع وصل‌شدن که در اثر ذرات ایجاد می‌شود، ممانعت اندازه نامیده می‌شود [۵]. فرضیاتی برای این مدل در نظر گرفته می‌شود، شامل:

- (۱) فقط فاز آب جریان هم‌دما را در محیط متخلخل هدایت می‌کند و ژل ذرات پیش‌ساخته^۸ جزء معلق در فاز آب است.
- (۲) اندازه منافذ با توزیع لاگ نرمال مطابقت دارد (همان‌طور که در شکل (۲) پیداست).
- (۳) اگر اندازه ذره بزرگ‌تر از منافذ باشد، PPG به‌دام می‌افتد و یک ذره جذب‌شده، یک منفذ را مسدود می‌کند.
- (۴) اگر اندازه ذره کوچک‌تر از منافذ باشد، PPG وارد منافذ می‌شود، با این حال، این احتمال وجود دارد که رسوب ذرات یا پل‌زدن رخ دهد.

تراوایی محیط متخلخل کاهش می‌یابد، که در فرایند تزریق و تولید تأثیر می‌گذارد. به‌منظور پیش‌بینی اتصال مؤثر ناشی از مهاجرت ذرات، مطالعات مربوط به مدل‌های مهاجرت ذرات از قرن گذشته آغاز شده است. به‌همین ترتیب بسیاری از محققان، مدل‌های ریاضی از ذرات درون محیط متخلخل ایجاد کرده‌اند، که در میان آن‌ها مدل فیلتراسیون کلاسیک هرتزگ^۱ و پیاتاکس^۲ بارزترین آن‌هاست. در این مدل از ضریب فیلتراسیون برای توصیف قابلیت حفظ فضای متخلخل به‌حالت تعلیق و محاسبه تغییرات خاصیت فیزیکی محیط متخلخل و غلظت جذب ذرات استفاده می‌شود. سانتوس^۳ و بدریکووتسکی^۴ یک مدل به‌روزشده به نام مدل ممانعت اندازه ارائه کردند که جزئیات فیزیکی دقیق‌تری را عرضه می‌کند. این مدل شاخص‌های دستیابی و کاهش شار را به مدل اصلی موازنه جمعیت^۵ معرفی می‌کند؛ بنابراین هنگامی که سامانه سوسپانسیون از راه یک فضای متخلخل حرکت می‌کند، جذب ذرات را حساب می‌کند. هنگامی که غلظت ذرات حفظ‌شده در مقایسه با غلظت منافذ خالی قابل نظر کردن باشد [۴].

یو^۶ و همکارانش راه حل تحلیلی مدل ممانعت اندازه را به‌دست آوردند. براساس این فرض، یک آزمایش طراحی شده و نتایج محاسبه‌شده با نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی دارد. چالک^۷ راه‌حل حالت پایدار مدل ممانعت اندازه را به‌دست آورد و آزمایشی را برای اندازه‌گیری غلظت خروجی ذرات معلق انجام داد. هم‌چنین مقایسه بین نتایج مدل‌سازی و اندازه‌گیری آزمایشگاه تطابق خوبی نشان می‌دهد. این مطالعه مدل تحلیلی تقریبی برای فیلتراسیون بستر عمیق غیرخطی به‌دست آورد، سپس آزمون‌های تزریق



شکل ۱. طرحواره ذرات معلق در محیط متخلخل. (a) ذرات در منافذ بزرگ، (b) عبور و به‌دام‌انداختن [۵].

Figure 1: Schematic plot of suspended particle in porous media. (a) Particle in a large pore, (b) Pass and capture [5].

1. Herzig
 5. Population Balance Model

2. Payatakes
 6. You

3. Santos
 7. Chalk

4. Bedrikovetsky
 8. Preformed Particle Gels (PPG)

بر اساس تئوری ممانعت اندازه، PPG فقط در ناحیه قابل دسترس در منافذ با اندازه‌های بزرگ معلق است. بنابراین، سرعت جرمی المان باید $(\rho_s v_{wx} f_a c)_x$ باشد که ρ_s چگالی PPG است. اگر تغییرات چگالی PPG را نادیده و شرایط سورس/سینک در نظر گرفته شود، قانون پایستگی ذرات بر اساس تئوری شبیه‌سازی عددی به صورت رابطه (۱) به دست می‌آید.

$$-\frac{\partial [v_{wx} f_a(x,t)]}{\partial x} + q_w c_0 = \frac{\partial [\varphi_a c(x,t)]}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن، c_0 غلظت PPG تزریق شده است. σ غلظت کل ذرات جذب‌شده، رسوب‌شده و پل‌زدن است. x فاصله بین نقطه بررسی و نقطه تزریق است. بر اساس تئوری کلاسیک فیلتراسیون، معادله موازنه جرم PPG در محیط متخلخل به دست آمد. در مقایسه با معادله اول، می‌توان دریافت که سرعت فاز آبی v_w در مدل فنگ با سرعت قسمت قابل دسترس $v_w f_a$ و تخلخل φ با تخلخل قابل دسترس φ_a جای‌گزین شده است. در مواردی که شعاع ذره PPG برابر با $\cdot 0$ است، $f_a = 1$ و معادله (۱) به معادله تعادل جرم بر اساس تئوری فیلتراسیون کلاسیک تبدیل می‌شود.

در سال ۲۰۱۷ لیو^۱ و همکارانش با استفاده از نظریه ممانعت اندازه، به مطالعه و شبیه‌سازی عددی جریان ژل ذرات پیش‌ساخته‌شده در محیط متخلخل پرداختند. ایشان با مطالعه نظم کلی مهاجرت PPG به داخل محیط متخلخل با استفاده از این مدل، عملکرد PPG به عنوان مسدودکننده حفره‌ها و تغییر شکل PPG به دلیل اختلاف فشار را از بررسی‌های خود به دست آوردند [۵].

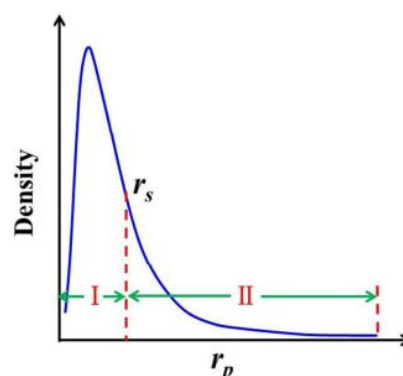
۱-۲-۱ ردیابی جبهه

در جریان‌های سیال، اغلب می‌توان سطوح هم‌بعدی را شناسایی کرد که با ویژگی‌های برجسته در جریان مطابقت دارند. به عنوان مثال، مرزهای بین فازهای مختلف یک یا دو سیال مختلف، سطوح لغزش، منحنی‌های ضربه^۲ در دینامیک گاز تراکم‌پذیر هستند. هم‌چنین سطوحی با تغییرات قابل‌وجهی در متغیرهای جریان در مقیاس‌های طول کوچک در مقایسه با مقیاس جریان مشخص می‌شوند. به عنوان مثال در مخازن نفت، بانک‌های نفتی دارای اندازه ۱۰ متر

(۵) پل‌زدن منافذ را کاملاً مسدود می‌کند و غلظت مؤثر منافذ را کاهش می‌دهد. با این حال، رسوب ذرات منافذ را مسدود نمی‌کند و بنابراین بر غلظت مؤثر منافذ تأثیر نمی‌گذارد.

(۶) با افزایش گرادیان فشار، ذرات مسدودشده به تدریج تغییر شکل می‌دهند و هنگامی که گرادیان فشار از مقدار بحرانی تجاوز می‌کند، ذرات جذب‌شده با پل‌زدن از منافذ عبور می‌کنند و منجر به بازیابی غلظت مؤثر منافذ می‌شود.

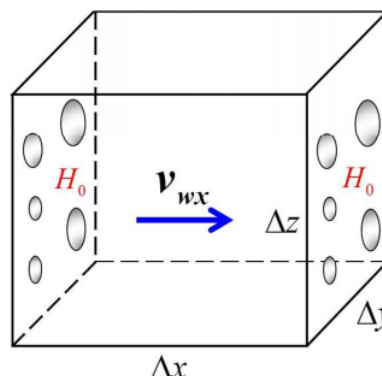
(۷) با توجه به اندازه بزرگ ذرات PPG، انتشار به عنوان یک فرایند بسیار کند در نظر گرفته شده است.



شکل ۲. غلظت حفرات با اندازه‌های مختلف [۵].

Figure 2. Concentration of pores with different sizes [5].

همان‌طور که در شکل (۳) پیداست، یک المان محدود در نظر گرفته می‌شود. المان آن قدر کوچک است که می‌توان آن را همگن دید. بنابراین، غلظت سطح مقطع چپ و راست یکسان و با H_0 نشان داده می‌شود.



شکل ۳. المان محدود [۵].

Figure 3. Finite element [5].

1. Liu
2. Shock Curves

در مقایسه با مقیاس طول متوسط ۱۰ کیلومتر هستند. یا در دینامیک گاز تراکم‌پذیر امواج ضربه‌ای دارای عرض 10^{-5} سانتی‌متر در مقایسه با مقیاس طول ۱۰ سانتی‌متر است. دینامیک چنین امواجی ممکن است تحت تأثیر ساختارهای داخلی آن‌ها باشد. در حالی که برای امواج ضربه‌ای سرعت به حالت مجانبی در سمت چپ و راست بستگی دارد، برای امواج انفجاری دوبعدی سرعت به شیمی و انحنای بستگی دارد. شرایطی وجود دارد که لازم است این جنبه‌های فیزیکی جریان هنگام انجام یک شبیه‌سازی عددی در نظر گرفته شود. یک مدل ساده برای انتشار موج غیرخطی معادله برگر^۱ است که به صورت معادله (۲) است.

$$u_t + uu_x = \nu u_{xx} \quad (2)$$

که در آن متغیر حالت u با سرعت مشخصه u متصل و با گرانروی ν منتشر می‌شود. به دلیل وابستگی سرعت مشخصه به متغیر حالت، یک اثر متمرکز به دست می‌آید که منجر به تشکیل امواج ضربه‌ای می‌شود. در ابتدا موجی به طول L را در نظر بگیرید. بخش کاهش‌دهنده یک نواخت موج به گونه‌ای تند می‌شود که در یک لایه نازک محلول به سرعت از مقدار u_l به u_r کاهش می‌یابد [۶ و ۷].

ردیابی جبهه (FT) از سطوح گسسته به عنوان درجات آزادی محاسباتی در یک الگوریتم عددی استفاده می‌کند. این ترکیبی از هندسه سطح محاسباتی با روش‌های دیفرانسیل عددی است. هندسه سطح محاسباتی یک موضوع کاملاً ثابت است. در اینجا، سطح یک موضوع ایزوله نیست و روی جفت‌شدن آن با الگوریتم عددی پرکننده حجم^۲ تمرکز می‌شود. FT کاربردهای گسترده‌ای دارد. FT روش منحصربه‌فردی است که در حال حاضر برای جلوگیری از خطاهای سیستماتیک در دسته مهمی از مشکلات حول اختلاط آشفته نشان داده شده است. برتری حاصل از تفکیک تیز سطح مشترک‌ها و شیب‌های تند در مواردی چون الکتروفیزیک پیلوژی قلب، قالب‌گیری انتقال رزین (پلاستیک تقویت‌شده با فیبر)، شکست اولیه یک جت سوخت دیزل، رسوب‌گذاری و حکاکی در ساخت نیمه‌هادی‌ها، ردیابی مرزهای ابر در مدل‌های هواشناسی اهداف برای شتاب‌دهنده‌های ذرات با انرژی بالا و مدل‌های اختلاط برای

جریان‌های واکنش شیمیایی کاربرد دارد. هم‌چنین FT یک روش طبیعی برای شبیه‌سازی جریان‌های سیال چندفازی است که جریان حباب‌دار به عنوان یک کاربرد برجسته است. مشکلات سطح مشترک گاز-گاز و گاز-آب به صورت یک‌بعدی و دوبعدی با استفاده از رویکرد محافظه‌کارانه شبیه‌سازی شده‌اند. FT از راه یک سطح مشترک برنامه نویسی کاربردی^۳ ارائه می‌شود که آن را FTI می‌نامند [۸]. FTI از یک مدل سرویس‌گیرنده/سرویس‌دهنده^۴ استفاده می‌کند، که در آن سرویس‌دهنده عملگرهای هندسی (فرار جبهه، تغییر شکل مجدد و تغییرات توپولوژی) را در قالب یک کتابخانه برای گردآوری با کد سرویس‌گیرنده ارائه می‌کند؛ در حالی که سرویس‌گیرنده توابع مربوط به متغیرهای فیزیکی را مانند حالت‌ها، شارها و نقاط جبهه و هم‌چنین تکامل دینامیکی آن‌ها ارائه می‌کند. FTI پیاده‌سازی‌های مرجع الگوریتم‌های سرویس‌گیرنده را ارائه می‌دهد. جزئیات و پیچیدگی عملکرد سرویس‌گیرنده را از سرویس‌دهنده پنهان می‌کند و اجرای FT را در برنامه‌های مختلف با تلاش کمتر و بدون نیاز به «اختراع مجدد چرخش»^۵ تسهیل می‌کند. بقا و پایستگی سلول به سلول زمانی قابل اعمال است که خود معادلات حاکم پایستگی اعمال شوند. مانند قانون پایستگی که به صورت معادله (۳) ارائه می‌شود [۸].

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F(U) = \nabla \cdot \epsilon \nabla U \quad (3)$$

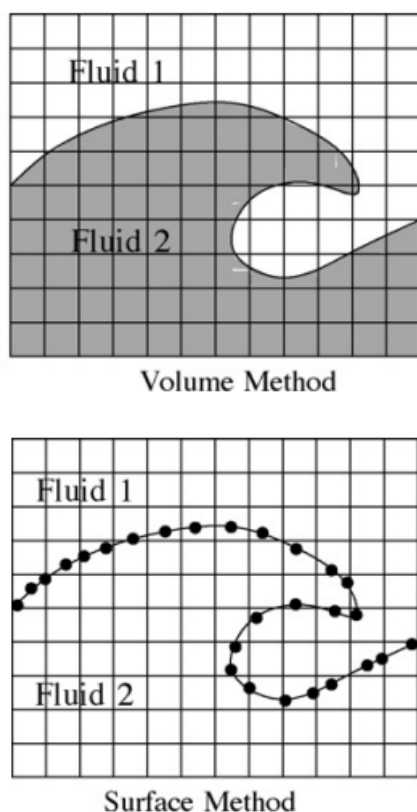
در معادله (۴) مقدار U ، پایستگی در یک سطح گسسته از راه موازنه شار به دست می‌آید؛ اما اکنون در سطح سلول‌های برش فضا-زمان اعمال می‌شود که در بخش‌هایی از یک سلول فضا-زمان است که به وسیله سطح مشترک متحرک بریده شده و در یک طرف آن قرار دارد. با نشان دادن انتگرال‌های سلول برش U در سطوح زمانی قدیم و جدید سلول برش فضا-زمان به صورت Bottom و Top، اختلاف پایستگی استاندارد به صورت رابطه (۴) دوباره فرموله می‌شود.

$$Top = Bottom + \sum Sides \quad (4)$$

3. Application Programming Interface (API)
4. Client/Server
5. Reinventing the Wheel

1. Burger's Equation
2. Volume Filling Numerical Algorithm

گسیختگی^۷ است که نیاز به تعریف دقیق و تیز سطح مشترک را بیشتر می‌کند. روش‌های محاسبه سطوح آزاد و سطح مشترک‌های سیال را طبق شکل (۴) می‌توان به دو گروه روش‌های سطحی (برازش سطح) و روش‌های حجمی (گرفتن سطح) طبقه‌بندی کرد [۱۰].



شکل ۴. روش‌های مختلف نشان‌دادن سطح مشترک [۱۱].

Figure 4. Different methods representing interface [11].

در روش حجم سیال، یک تابع نشانگر اسکالر بین صفر و یک، که به‌عنوان کسر حجمی شناخته می‌شود، برای تمایز بین دو سیال مختلف استفاده می‌شود. روش حجم سیال را اولین بار هیرت^۸ و نیکولز^۹ پیشنهاد کردند. در این روش، معادلات جریان مستقیماً میانگین حجمی می‌شوند تا مجموعه‌ای از معادلات به‌دست آید و سطح مشترک با استفاده از تابع نشانگر فاز γ (تابع رنگ یا کسر حجمی) ردیابی و به‌صورت موارد زیر تعریف می‌شود.

7. Breakup
8. Hirt
9. Nichols

که در آن Side نشان‌دهنده انتگرال شار $n.F(U) + sU$ از راه یک طرف سلول برش است که با سرعت درجهت عادی s و فضایی نرمال n حرکت می‌کند. شامل انتگرال شار بر روی سطح فضا-زمان منحنی لاگرانژی است که به‌وسیله جبهه متحرک تعریف شده است [۸].
در سال ۲۰۱۵ ایزباصروف^۱ و مورادوگلو^۲ از روش ردیابی جبهه برای مدل‌سازی محاسباتی سامانه‌های جریان دوفازی ویسکوالاستیک (گران‌رو-کشسان) استفاده کردند. ایشان یک مجموعه از معادلات حاکم برای کل حوزه محاسباتی نوشتند و فازهای مختلف به‌عنوان یک سیال منفرد با مواد و خواص رئولوژیکی (روانه‌شناختی) متغیر در نظر گرفتند. ایشان اذعان داشتند که سطح مشترک به‌صراحت با استفاده از یک شبکه لاگرانژی ردیابی می‌شود، درحالی‌که معادلات جریان بر روی یک شبکه ثابت اولبری حل می‌شوند. کشش سطحی در سطح مشترک با استفاده از شبکه لاگرانژی حساب شده و به‌عنوان نیروی حجمی^۳ در معادلات مومنوم (تکانه) گنجانده شده است. این پژوهشگران بدین نتیجه رسیدند که روش حاضر برای نسبت گران‌روی بسیار پایین حلال، پایدار و بسیار قوی است. یک روش به‌نام Log-conformation برای کاهش مشکل عدد وایزبرگ^۴ بالا به‌کار گرفته و ثابت شده است که برای طیف وسیعی از اعداد وایزبرگ پایدار و بسیار قوی است. این روش ابتدا برای مسائل مختلف جریان ویسکوالاستیک تک‌فاز و دوفاز معیار تأیید شده و سپس برای بررسی حرکت و تغییر شکل سامانه‌های دوفاز ویسکوالاستیک در یک جریان تحت فشار از راه یک لوله موئین با انقباض و انبساط ناگهانی استفاده شده است [۹].

۱-۳ حجم سیال

محاسبه دقیق جریان‌های سیال امتزاج‌ناپذیر و سطح آزاد^۵ مستلزم نمایش دقیق سطح مشترک جداکننده دو سیال است. جریان‌های سیال غیر قابل امتزاج معمولاً در طبیعت و صنایع مشاهده می‌شود. فرایندهایی نظیر جداسازی، استخراج، اختلاط و واکنش‌های شیمیایی شامل این نوع جریان است. از جریان‌های سطح آزاد می‌توان امواج آب و قطرات پاشش در طبیعت و صنعت را نام برد. مشکلات این جریان شامل پدیده‌هایی مانند ادغام سیال^۶ و

1. Izbassarov
2. Muradoglu
3. Body Force
4. Weissenberg
5. Free-Surface
6. Fluid Coalescence

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 u_1) + \nabla \cdot (\rho_1 u_1 u_1) = \nabla \cdot (T_1) + (\rho_1 g) \quad (6)$$

مورد دوم: میانگین‌گیری فاز دو
• بقای جرم

$$\frac{\partial(\rho_2)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_2 u_2) = 0 \quad (7)$$

• موازنهٔ مومنوم

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 u_2) + \nabla \cdot (\rho_2 u_2 u_2) = \nabla \cdot (T_2) + (\rho_2 g) \quad (8)$$

مورد سوم: میانگین‌گیری بخشی از سطح مشترک و هر دو فاز
• بقای جرم

$$\frac{\partial}{\partial t}(\gamma \rho_1) + \nabla \cdot (\gamma \rho_1 u_1) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-\gamma)\rho_2) + \nabla \cdot ((1-\gamma)\rho_2 u_2) = 0$$

• موازنهٔ مومنوم

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\gamma \rho_1 u_1) + \nabla \cdot (\gamma \rho_1 u_1 u_1) &= \nabla \cdot (\gamma T_1) + (\gamma \rho_1 g) + \\ \frac{1}{V} \int_{A_I} T_1 \cdot n I_{12} dA & \\ \frac{\partial}{\partial t}((1-\gamma)\rho_2 u_2) + \nabla \cdot ((1-\gamma)\rho_2 u_2 u_2) &= \nabla \cdot ((1-\gamma) \\ \gamma T_2) + ((1-\gamma)\rho_2 g) + \frac{1}{V} \int_{A_I} T_2 \cdot n I_{21} dA & \end{aligned} \quad (10)$$

• شرایط پرش^۱

$$\frac{1}{V} \int_{A_I} [-T_1 \cdot n I_{12} - T_2 \cdot n I_{21}] dA + \frac{1}{V} \int_{A_I} m_{12}^{\sigma} dA \quad (11)$$

برای به‌دست‌آوردن مجموعه‌ای از معادلات، متغیرهای متوسط زیر باید معرفی شوند:

$$\rho = (\gamma \rho_1 + (1-\gamma)\rho_2) \quad (12)$$

$$T = (\gamma T_1 + (1-\gamma)T_2) \quad (13)$$

1. Jump Condition

مورد اول: اگر $\gamma = 1$ حجم کنترل فقط با فاز یک پر می‌شود.

مورد دوم: اگر $\gamma = 0$ حجم کنترل فقط با فاز دو پر می‌شود.

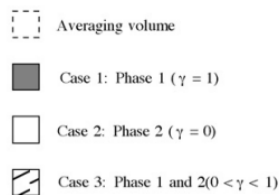
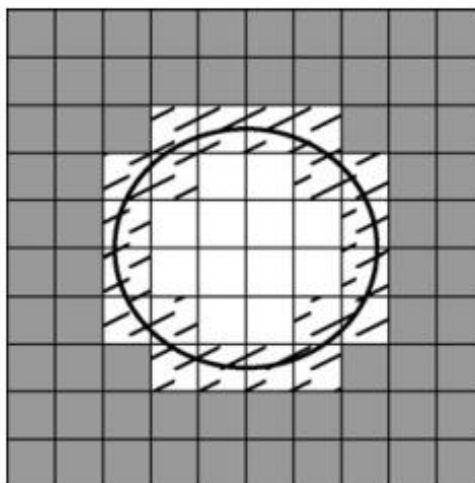
مورد سوم: اگر $0 < \gamma < 1$ باشد نشانگر وجود سطح مشترک است.

معادلات جریان با استفاده از حجم متوسط کوچک‌تر از حباب‌ها/قطره‌های استفاده‌شده در شبیه‌سازی‌ها، میانگین حجمی

می‌شوند. با در نظر گرفتن تنها دو فاز، بدون تبادل جرم و با میانگین

حجمی معادلات جرم و مومنوم، سه حالت زیر مطابق شکل (۵)

مشاهده می‌شود.



شکل ۵. میانگین حجمی در مقایسه با حجم حباب/قطره [۱۱].

Figure 5. Averaging volume compared with the bubble/drop volume [11].

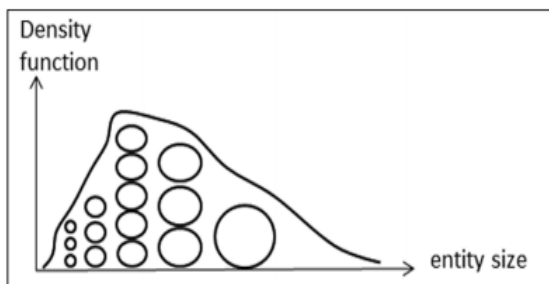
مورد اول: میانگین‌گیری فاز یک

• بقای جرم

$$\frac{\partial(\rho_1)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 u_1) = 0 \quad (5)$$

• موازنهٔ مومنوم

اندازه یک محلول پلیمری و توزیع اندازه منافذ اجرا می‌شود؛ زیرا روش مرسوم جذب پل زدن را پوشش نمی‌دهد. این رویکرد عددی ابزارهای مختلفی را توضیح می‌دهد که به وسیله آن ذرات یک حالت خاص می‌توانند در سامانه تشکیل یا از آن ناپدید شوند. متغیرهای پیوسته ممکن است بیشتر در تجزیه و تحلیل موازنه جمعیت مواجه شوند. به عنوان مثال، فرایند شکافتن ذرات پلیمری که در آن محصولات حاصل از تقسیم ممکن است کوچک‌تر یا بزرگ‌تر از ذره اصلی باشند، به طور طبیعی با اختصاص دادن اندازه ذرات به عنوان یک متغیر پیوسته انجام می‌شود. در تکامل زمانی زیر سامانه ذرات، زمان را می‌توان به طور مداوم متغیر دانست و نرخ تغییر متغیرهای حالت ذره را در نظر گرفت. شارما^۴ و یورتوس^۵ پدیده‌های ممانعت اندازه را که در محیط متخلخل رخ می‌دهند تجزیه و تحلیل کردند. آن‌ها یک راه حل تحلیلی و عددی برای مدل حذف اندازه مرتبط با مهاجرت ظریف و به دام انداختن با استفاده از معادلات موازنه جمعیت بدون بعد پیشنهاد کردند [۱۲ و ۱۳]. در مدل‌سازی جریان چندفازی پراکنده با استفاده از موازنه جمعیت، سامانه فاز پراکنده به عنوان جمعیتی از موجودیت‌های فاز پراکنده در نظر گرفته می‌شود که نه تنها در فضای فیزیکی، بلکه در یک فضای انتزاعی توزیع شده‌اند. چارچوب‌های مختلفی برای فرمول‌بندی معادله موازنه جمعیت وجود دارد که شامل اصول مکانیکی پیوسته، معادله آماری شبیه بولتزمن و اصول احتمال می‌شود. اصطلاحات منبع، یعنی تولد و مرگ موجودات در جمعیت، از اصول مکانیکی تعریف می‌شوند [۱۴]. مفهوم موازنه جمعیت در شکل (۶) به نمایش گذاشته شده است.



شکل ۶. مفهوم موازنه جمعیت [۱۴].

Figure 6. The concept of population balance [14].

برای به دست آوردن یک مجموعه معادلات، با استفاده از این متغیرهای جدید و با فرض پیوسته بودن سرعت دو فاز در سطح مشترک، معادلات جرم و مومنتوم را می‌توان به صورت زیر نوشت. متغیرهای قدیمی باید معرفی شوند.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u) + \nabla \cdot (\rho u u) = \nabla \cdot (T) + \rho g + f_1 \quad (15)$$

آخرین ترم معادله (۱۵) نشان دهنده نیروی کشش سطحی است. γ خاصیت سیال (کسر حجمی) است که با آن حرکت می‌کند، تکامل γ به وسیله معادله انتقال ساده زیر کنترل می‌شود.

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{\partial u_i \gamma}{\partial x_i} = 0 \quad (16)$$

یکی از مسائل مهم در روش VOF گسسته‌سازی عبارت انتقال در معادله (۱۷) است. طرح‌های مرتبه پایین‌تر مانند روش مرتبه اول، سطح مشترک را به دلیل انتشار عددی لکه‌دار می‌کنند و طرح‌های مرتبه بالاتر ناپایدار هستند و منجر به نوسانات عددی می‌شوند. بنابراین، لازم است طرح‌های انتقالی استخراج شود که بتواند سطح مشترک را واضح نگه‌دارد و پروفایل‌های یک‌نواخت تابع رنگ را تولید کند [۱۱].

۲-۱ روش‌های میکروسکوپی

روش‌های موازنه جمعیت، تنظیم سطح^۱ و میدانی فازی^۲ در این دسته‌بندی قرار می‌گیرد، که در ادامه توصیف می‌شوند.

۱-۲-۱ نظریه موازنه جمعیت

نظریه موازنه جمعیت ایده مناسبی برای توصیف جذب پل زنی^۳ است؛ زیرا طیف وسیعی از سامانه‌های فاز پراکنده شامل پراکنده‌های جامد-مایع، گاز-مایع، جامد و مایع-مایع را پوشش می‌دهد. جمعیت از راه چگالی یک متغیر گسترده مناسب، معمولاً تعداد ذرات، توصیف می‌شود. روش موازنه جمعیت با توجه به

1. Level Set
2. Phase Field
3. Bridging Adsorption

4. Sharma
5. Yortsos

معادله موازنه جمعیت (۱۸) یک نوع معادله پیوستگی است که برحسب مختصات داخلی، نوشته و به صورت یک کمیت اسکالر (مثلاً طول یا حجم ذره) یا یک آرایه (مثلاً سطح مقطع و یا حجم ذره) بیان می‌شود. حل معادله موازنه جمعیت در سامانه‌های ذره‌ای مستلزم بیان دقیق دینامیک سیال، برهمکنش‌های میان فازها و واکنش‌های شیمیایی است. در واقع نظریه موازنه جمعیت، نشان‌دهنده ارتباط میان تعداد ذرات موجود در یک محیط در هر لحظه با مقادیر ورودی، خروجی، تولید و از بین رفتن ذرات است.

$$\frac{\partial f_n^{[1]}(r, \chi, t)}{\partial t} + \nabla_r \cdot [f_n^{[1]}(r, \chi, t) \mathcal{V}_r(r, \chi, t)] + \nabla_x \cdot [f_n^{[1]}(r, \chi, t) \mathcal{V}_x(r, \chi, t)] = J(r, \chi, t) \quad (17)$$

در معادله (۱۷) عبارت اول مربوط به ترم جمع^۱، عبارت دوم مربوط به همرفت در فضای فیزیکی^۲، عبارت سوم مربوط به همرفت در فضای ویژگی^۳ و عبارت آخر نشان‌دهنده منبع به دلیل مرگ و تولد موجودیت‌های^۴ سامانه مورد بررسی است. این معادله براساس اصول مکانیکی پیوسته^۵، اصول احتمال^۶ و معادله آماری بولتزمن^۷ تعریف شده است.

در فرایندهای بسترهای سیال شده، پلیمریزاسیون امولسیون، واکنش‌های دوغابی، فرایندهای میکربی و تبلور که فرایندهای ذره‌ای محسوب می‌شوند، مفهوم موازنه جمعیت مطرح است. برای توصیف فرایندهای مذکور، باید معادلات موازنه جرم، انرژی و جمعیت به صورت همزمان حل شوند تا تغییرات دما، جرم اجزای موجود در محلول و توزیع اندازه ذرات بررسی شوند [۱۴]. در سال ۲۰۱۱ چالک^۸ و همکارانش به بررسی آزمایشگاهی و نظری جریان تعلیق ممانعت اندازه در سنگ‌ها پرداختند. این پژوهشگران توانستند یک مدل برای سازوکار ممانعت اندازه ذرات در حفره‌های مثلثی شکل، براساس مدل موازنه جمعیت ذرات ارائه دهند [۱۵].

در سال ۲۰۱۷ مرادی و همکارانش کاربرد معادله موازنه جمعیت را در مدل‌سازی توزیع اندازه ذرات آسفالتین و تعیین سازوکارهای

1. Accumulation Term
2. Convection in Physical Space
3. Convection in Physical Space
4. Source Due to Death and Brith of Entities
5. Continuum Mechanical Principles
6. Probability Principles
7. Statistical Boltzmann-Like Equation
8. Chalk

تجمع تحت تزریق گاز قابل اختلاط، بررسی کردند. توزیع اندازه ذرات عامل مهمی است که تعیین می‌کند چگونه ناپایداری آسفالتین می‌تواند به محیط متخلخل در طول فرایندهای تخلیه طبیعی و افزایش بازیابی نفت آسیب برساند. در این مطالعه، توزیع اندازه دانه‌ها تحت فرایندهای تخلیه طبیعی و تزریق نیتروژن قابل اختلاط با روش‌های آنالیز تصویر تعیین شد و نتایج با معادله موازنه جمعیت مدل‌سازی شد. منحنی‌های توزیع تک‌وجهی در تخلیه طبیعی، غلبه سازوکار تجمع ذره-ذره را نشان می‌دهد و خوشه‌بندی تنها در اطراف فشار نقطه حباب نفت خام تشخیص داده می‌شود. هم‌چنین مشاهده شده است که تزریق نیتروژن قابل اختلاط به‌طور قابل توجهی تعداد و اندازه لخته‌های آسفالتین را افزایش می‌دهد و فرایند تجمع را به سمت تجمع خوشه‌ای (یعنی منحنی‌های توزیع دووجهی) هدایت می‌کند که می‌تواند به شدت به محیط متخلخل آسیب برساند. نتایج مدل‌سازی موازنه جمعیت، سازوکارهای تجمع غالب را مشخص می‌کند که یک ضریب برخورد بهینه برای منحنی‌های تک‌وجهی و دو عامل برخورد بهینه برای توزیع‌های دووجهی ارائه می‌کند که تغییر سازوکار تجمع را به دلیل تزریق گاز قابل اختلاط تأیید می‌کند [۱۶].

۱-۲-۲ روش تنظیم سطح

در سال‌های اخیر، دسته‌ای از روش‌های عددی به نام روش‌های تنظیم سطح برای مقابله با برخی از پیچیده‌ترین مسائل در حرکت بین سطحی سیالات ارائه شده است. روش‌های تنظیم سطح، که توسط اوشر^۹ و ستین^{۱۰} در سال ۱۹۸۸ معرفی شد، روش‌های محاسباتی برای ردیابی سطح مشترک‌های متحرک هستند. معادلات براساس نمایش ضمنی از سطوح مشترکند که معادله حرکت آن به صورت عددی با استفاده از طرح‌های ساخته شده از آن‌ها برای قوانین بقای هایدروبولیک تقریب زده شده است. تکنیک‌های به دست آمده قادر به رسیدگی مشکلاتی هستند که در آنها سرعت بین سطحی در حال تکامل است و ممکن است به‌طور حساس به ویژگی‌های موضعی مانند انحنا و جهت عادی و هم‌چنین فیزیک پیچیده در شرایط مرزی تعیین شده به وسیله محل بین سطحی بستگی داشته باشد. روش‌های تنظیم سطح به ویژه برای مسائلی در

9. Osher
10. Sethian

که در معادله (۲۰) γ مشخصه آغازسازی دوباره است و به صورت پیش فرض یک در نظر گرفته می‌شود و ε مشخصه کنترل کننده ضخامت سطح تماس است. چگالی به صورت تابعی از تابع تنظیم سطح (ϕ) و معادله (۲۱) تعریف می‌شود.

$$\rho = \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)\phi \quad (21)$$

گرانروی دینامیکی به صورت رابطه (۲۲) تعریف می‌شود.

$$\mu = \mu_1 + (\mu_2 - \mu_1)\phi \quad (22)$$

ρ_1 و ρ_2 به ترتیب چگالی سیال ۱ و ۲ هستند. μ_1 و μ_2 به ترتیب گرانروی دینامیکی سیال ۱ و ۲ هستند. در نرم افزار چندفیزیکی کامسول مقدار مناسب مشخصه γ با واحد m/s برابر با حداکثر سرعت جریان در مدل در نظر گرفته می‌شود. چهار نیرویی که در سمت راست رابطه (۱۹) وجود دارند ناشی از گرانش F_g ، تنش سطحی F_{st} و نیروی ناشی از توزیع خارجی انرژی آزاد F_{ext} هستند و نیروی بعدی یک نیروی حجمی F است که به وسیله کاربر تعریف می‌شود. برای روش تنظیم سطح نیروی تنش سطحی بر روی سطح تماس بین دو سیال عمل می‌کند که به صورت رابطه (۲۳) تعریف می‌شود.

$$F_{st} = \sigma K \delta n \quad (23)$$

در رابطه (۲۴) σ (N/m) ضریب تنش‌های سطحی و K انحناست و n بردار واحد سطح تماس است. δ (1/m) تابع دلتای دیراک^۱ واقع شده در سطح تماس است. K وابسته به مشتقات دوم تابع تنظیم سطح (ϕ) است. به منظور بالابردن دقت محاسبه نیروی تنش سطحی از رابطه (۲۴) استفاده می‌شود.

$$F_{st} = \nabla \cdot (\sigma(I - (nn^T))\delta) \quad (24)$$

به علت ضعف فرمول بندی رابطه مومنتوم انتقال عامل انحراف با

ابعاد فضایی چندگانه طراحی شده‌اند که در آن توپولوژی سطح مشترک در حال تکامل در طول رویدادها تغییر می‌کند و برای مشکلاتی که در آن گوشه‌ها و لبه‌های تیز وجود دارد، طراحی شده است [۱۷].

در جریان دوفازی، سطوح تماس میدانی فازی و تنظیم سطح برای مدل سازی جریان دوفازی امتزاج ناپذیر که سطح تماس بین فازها بسیار اهمیت داشته باشد، استفاده می‌شود. سطح تماس سیال-سیال با استفاده از تابع کمکی ردیابی می‌شود. این روش‌ها برای وقتی است که اختلاف چگالی سیالات و گرانروی آن‌ها بسیار زیاد باشد و تأثیرات تنش سطحی و اثرات نیروی گرانش را نیز لحاظ می‌کند [۱۰].

۱-۲-۲-۱ روابط تنظیم سطح

به طور پیش فرض، فرمول بندی تراکم ناپذیر روابط ناویه-استوکس، برای تنظیم سطح استفاده می‌شود که در معادلات (۱۸) و (۱۹) بیان شده است.

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-PI + \mu(\nabla u + \nabla u^T)] + F_g + F_{st} + F_{ext} + F \quad (18)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (19)$$

باتوجه به معادلات (۱۹) و (۲۰) که در سطح تماس سیالات در جریان آشفته یا آرام حل می‌شوند، وقتی که جریان آرام یا آشفته باشد به صورت خودکار روابط مربوطه در الگوریتم تنظیم سطح به جریان دوفازی اضافه می‌شوند. این سطوح تماس یک گزینه کوپل کردن چندفیزیکی به منظور کنترل کردن رابطه پیوستگی دارند. گزینه کوپل کردن چندفیزیکی به صورت خودکار به الگوریتم تنظیم سطح قرار می‌گیرد. در این مورد رابطه پیوستگی به صورت رابطه (۱۹) در بالا درمی‌آید. وقتی که گزینه کوپل کردن چندفیزیکی به کار برده نشود، رابطه پیوستگی به صورت تئوری سطوح تماس جریان تک فازی در نظر گرفته می‌شود. در روش تنظیم سطح برای ردیابی سطح تماس، رابطه (۲۰) به روابط موجود اضافه می‌شود.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot (\varepsilon \nabla \phi - \phi(1-\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) \quad (20)$$

1. Dirac Function

استفاده از انتگرال‌گیری جزء به جزء بر روی تابع آزمون اجزای سرعت امکان‌پذیر است. تابع δ طبق تابع زیر به صورت تقریبی حساب می‌شود.

$$\delta = 6|\varphi| \phi(1 - \phi) \quad (25)$$

نیروی گرانش طبق رابطه (۲۶) به دست می‌آید.

$$F_g = \rho g \quad (26)$$

در رابطه بالا g بردار گرانش است که رابطه بالا به صورت یک افزونه گرانشی به ناحیه سیال اضافه می‌شود [۱۷]. با این حال، حل عددی معادله تنظیم سطح، به تکنیک‌های پیچیده‌ای نیاز دارد. روش‌های ساده با خطاهای محدود نمی‌توانند به حل معادله کمکی کنند. روش‌های جای‌گزین، مانند روش گودونوف^۱، عملکرد بهتری دارند. با این حال، روش تنظیم سطح، ثابت‌نگه‌داشتن حجم و شکل سطح تعیین‌شده در یک میدان انتقال را که باعث حفظ شکل و اندازه می‌شود، تضمین نمی‌کند. در عوض، ممکن است شکل تنظیم سطح شده (شکلی که این روش بر روی آن اعمال شده است) به شدت دچار اعوجاج شود و تنظیم سطح ممکن است طی چندین مرحله زمانی از بین برود. به همین دلیل، به طور کلی روش‌های با تفاضل محدود مرتبه بالا مانند طرح‌های اساساً مرتب غیر نوسان ضروری هستند و باید به کار روند و حتی در این صورت امکان‌سنجی شبیه‌سازی‌های طولانی‌مدت نیز جای سؤال دارد. روش‌های پیچیده دیگری برای حل این مشکل توسعه یافته‌اند که می‌توان به ترکیبی از روش تنظیم سطح با ذرات نشانگر ردیابی‌شده با میدان سرعت اشاره کرد [۱۸].

هلند^۲ و همکارانش در سال ۲۰۱۹ یک رویکرد تنظیم سطح چندفازی را برای حرکت قطرات مایع در طول جریان سه‌فاز تحت اثر مویبندی در محیط متخلخل مطالعه کردند و به این نتیجه رسیدند که مدل تنظیم سطح برای توصیف دینامیک فوم با و بدون نفت موجود در فضای حفره‌ها مناسب است [۱۹]. هم‌چنین در سال ۲۰۱۴ وانگ^۳ و همکارانش پژوهشی با عنوان تشکیل دیواره نازک

پلیمری به روش تنظیم سطح انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که استفاده از روش تنظیم سطح برای شبیه‌سازی فرایند تزریق پلیمر و نمایش سطح مشترک با دقت بیشتر مناسب است [۲۰].

۳-۲-۱ مدل‌های میدانی فاز

مدل‌های میدانی فاز، یک رویکرد فیزیکی سیستماتیک برای بررسی رفتارهای پیچیده سامانه‌های چندفازی مانند نزدیک به پدیده‌های بین سطحی بحرانی، جداسازی فاز تحت برش و تکامل ریزساختار در طول انجماد ارائه می‌دهند. با این حال، از آنجایی که سطوح مشترک با نواحی انتقالی نازک (سطوح نفوذ) جای‌گزین می‌شوند، شبیه‌سازی‌های میدانی فاز به وضوح لایه‌های بسیار نازک نیاز دارند تا فیزیک مسائل مورد مطالعه را به تصویر بکشند. مدل‌های مبتنی بر میدانی فاز، سطوح مشترک تیز سیالات/ ماده را با نواحی انتقالی نازک جای‌گزین می‌کنند که در آن نیروهای سطحی به آرامی توزیع می‌شوند. ایده اصلی این است که یک مشخصه سفارشی^۴ یا میدانی فاز را معرفی می‌کند که به طور مداوم در لایه‌های بین سطحی نازک تغییر می‌کند و عمدتاً در فازهای حجیم، یک نواخت است. شاید شناخته‌شده‌ترین مثال از این نوع مدل، معادله کان-هیلیارد^۵ باشد که برای مدل‌سازی جدایش فاز در یک مخلوط دوتایی متعادل در ناحیه ناپایدار استفاده می‌شود. به تعادل رسیدن مشخصه مورد نظر با به حداقل رسیدن موضعی انرژی آزاد تحت بقای میدانی فاز انجام می‌شود و در نتیجه، لایه‌های بین سطحی به صورت دینامیکی خراب نمی‌شوند [۲۱]. یکی از کاربردهایی که مدل‌های میدانی فاز برای آن به خوبی مناسب هستند، فرایند پیچیده جدایش فاز، تشکیل ساختار و تکامل در سامانه‌های جریان است، که حوزه‌ای از تأثیر فناوری در پردازش مواد نرم است. یکی از نکات برجسته در توصیف میدانی فاز این است که مشخصه سفارشی معنای فیزیکی دارد و پدیده‌های مختلف را می‌توان با تغییر مناسب انرژی آزاد حساب کرد. علاوه بر این، انتقال‌های جریان ریخت‌شناختی و جای‌شناختی پیچیده را مانند درهم‌آمیختگی و بالآمدن سطح مشترک، می‌توان به طور طبیعی و به صورت بقای جرم و اتلاف انرژی به تصویر کشید. از سوی دیگر مشکل اصلی این است که برای مدل‌سازی مناسب

1. Godunov
 2. Helland
 3. Wang

4. Order Parameter
 5. Cahn-Hilliard

معادلات چندفازی ناویه- استوکس از حل آن‌ها با معادلات عینی و دقیق بسیار ساده‌تر است، چراکه محاسبات می‌توانند بر روی یک شبکه‌بندی ثابت با توانایی انتشار در سطح تماس انجام پذیرند؛ در صورتی که به‌کارگیری روش‌های دقیق به تنظیم دقیق شبکه‌بندی‌ها نیاز دارد به‌شکلی که بتواند سطح دو سیال را از یکدیگر جدا کند. به‌کارگیری روش‌های استاندارد انتقال در مدل‌های میدانی فازی وجود دارد و پیاده‌سازی آن‌ها در سه بعد همراه با شبکه‌های بدون ساختار و یا به‌کارگیری روش‌های المان محدود آسان‌تر است [۲۲].

۱-۲-۳- معادلات حرکت سیال

بیشتر تمرکز روی مخلوط‌های دوتایی منطبق با چگالی دارای گران‌روی و تحرک‌پذیری است. دینامیک سیال به‌وسیله معادلات ناویه- استوکس با نیروی سطحی وابسته به میدانی فازی توصیف شده‌است.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \eta (\nabla u + \nabla u^T) + \mu \nabla \phi \quad (27)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (28)$$

که در آن u میدان سرعت است، p یک اسکالر مربوط به فشاری است که محدودیت تراکم‌ناپذیری (معادله ۲۹) را اعمال می‌کند، و η گران‌روی است. T مخفف عملگر جابه‌جایی است. در یک دیواره، شرط مرزی دیریکله^۲ برای میدان سرعت، به‌عنوان مثال، $u = u_0$ در یک مرز دامنه^۳ ثابت اعمال می‌شود. سامانه جفت‌شده کان- هیلپارد/ناویه استوکس معادلات (۲۷)، (۲۸)، (۳۲) و (۳۳) با توجه به نام‌گذاری هوهنبرگ^۴ و هالپرین^۴ به‌عنوان «مدل H» نامیده می‌شود [۲۱].

۱-۲-۳-۲ معادلات حاکم

روش‌های میدانی فازی دسته خاصی از مدل‌های نفوذ بین سطحی هستند که با موفقیت در مطالعه پدیده‌های بحرانی استفاده شده‌اند؛ اما چندان برای سطح مشترک سیالات به‌کار نگرفته‌اند. در یک روش

پدیده‌های فیزیکی مرتبط، لایه‌های بین سطحی باید بسیار نازک باشند، در نتیجه، میدانی فازی دارای گرادین‌های بزرگی است که باید به‌صورت محاسباتی حل شوند؛ اما این امر به‌آسانی ممکن نیست. وضوح بالا مورد نیاز است؛ اما معادله کان- هیلپارد و نیروی سطحی وابسته به میدانی فازی دارای مؤلفه‌های مشتق مرتبه بالایی هستند. حل کاملاً ضمنی این معادلات، طرح‌های گران‌قیمتی را به‌همراه دارد و گسسته‌سازی‌های صریح به سرعت منجر به بی‌ثباتی عددی یا تحمیل محدودیت‌های غیر عملی گام‌های زمانی می‌شود.

روش گسسته‌سازی زمانی، روشی نیمه‌ضمنی است براساس استخراج ضرایب ثابت عبارت‌های سفارشی (در مقیاس‌های کوچک) که تقسیم مرحله‌ای زمانی هستند. در گسسته‌سازی ضمنی عبارات ضریب ثابت را می‌توان به‌طور مؤثر با هزینه بهینه معکوس کرد و محدودیت‌های ثابت مرتبه بالا را کاهش داد. تقسیم زمانی این اجازه را می‌دهد تا در هر مرحله زمانی حل‌کننده‌های کان- هیلپارد و ناویه- استوکس جدا شود. گسسته‌سازی نیمه‌ضمنی با کاربرد اصلی طرح‌های پیشرفته با وضوح بالا ترکیب شده‌است [۲۱].

اخیراً به‌کاربردن معادلات میدانی فازی برای شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی امتزاج‌ناپذیر برای پژوهشگران جذاب بوده‌است. مهم‌ترین موضوع در این نوع معادلات، معرفی مشخصه‌ای است که در تمام سطح تماس به‌صورت پیوسته مورد تغییر قرار گیرد؛ اما در محیط فازها کاملاً ثابت بماند [۲۱]. سطح تماس دو سیال در این روش به‌شکل لایه نازکی با توانایی انتشار است که شامل مجموعه‌ای از دو فاز است. سطح تماس انتشاری، مسیری برای مدل‌سازی نیروهای سطحی تماس به‌شکل نیروهای پیوسته ایجاد می‌کند که باعث می‌شود ناپیوستگی‌های موجود در سطح تماس بر روی یک لایه نازک با قابلیت حل به‌صورت عددی، پخش شوند. به‌دلیل آسان بودن حل عددی معادلات، این روش توجه پژوهشگران را جلب کرده‌است. در روش میدانی فازی معادلات مربوط به انتقال در سطح تماس جای‌گزین معادلات پیوسته انتقال-انتشار خواهد شد. مقدار انتشار با توجه به گرادین پتانسیل شیمیایی (ϕ) در نظر گرفته می‌شود و مقدار تنش بین سطحی بر مبنای انرژی اختلاط بین سطحی^۱ حساب می‌شود. در این مدل امکان محاسبات مرتبط با جابه‌جایی سطح تماس و همچنین تغییر شکل بر روی یک شبکه‌بندی ثابت وجود دارد. باید اذعان داشت که به‌کارگیری مدل سطح انتشاری برای

1. Interfacial Mixing Energy

2. Dirichlet
 3. Hohenberg
 4. Halperin

پتانسیل شیمیایی و غلظت جرمی به صورت معادله (۳۳) بیان می‌شود.

$$\phi = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \quad (33)$$

ϕ در معادله (۳۳) نشان‌دهنده پتانسیل شیمیایی غلظت در دو فاز است. درحقیقت پتانسیل شیمیایی همان تنش سطحی در انحنا برای معادلات میدانی فازی محسوب می‌شود که دارای اهمیت بسیار زیاد است. در محدوده ماده اول که درصد جرمی ماده دوم در این محیط برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود، مقدار مشخصه پتانسیل شیمیایی برابر با ۱ و در محدوده ماده دوم مقدار ۱- را خواهد داشت و مقدار آن در سطح تماس بین این دو اندازه تغییر خواهد کرد. تحرک پذیری M نشان‌دهنده ثابت انتشار است. M مقیاس زمان مربوطه انتشار در سطح تماس را نمایش می‌دهد [۲۱].

تحرک پذیری به شکل $M = M_c \varepsilon^2$ تعریف می‌شود. M_c نمایانگر تحرک پذیری ویژه است و ثبات انتقال بر اثر انتشار را در نظر می‌گیرد. مشخصه ε مشخص‌کننده ضخامت سطح تماس دو سیال است. اندازه ضخامت سطح تماس تحت تأثیر جریان سیال قرار دارد و انتشار باید به نحوی باشد که سطح تماس پایداری خود را حفظ کند. بالا بودی بیش از حد انتشار باعث تداخل سیالات می‌شود. می‌توان M_c را به صورت $M_c = x\lambda$ تعریف کرد؛ که در آن λ نیز چگالی انرژی ترکیب و x مشخصه تنظیم‌کننده میزان تحرک پذیری است و به صورت پیش فرض برابر با یک است. مقادیر چگالی و گران روی در معادلات میدانی فازی به صورت معادلات (۳۴) تا (۳۶) حساب می‌شود [۲۱].

$$\rho = \rho_1 v_{f1} + \rho_2 v_{f2} \quad (34)$$

$$\mu = \mu_1 v_{f1} + \mu_2 v_{f2} \quad (35)$$

$$v_{f1} = \frac{1-\phi}{2} \quad v_{f2} = \frac{1+\phi}{2} \quad (36)$$

در معادلات مذکور ρ_1 و ρ_2 نشان‌دهنده چگالی سیالات به شماره‌های یک و دو و همچنین μ_1 و μ_2 به ترتیب گران روی سیالات

میدانی فازی، فرض می‌شود که وضعیت سامانه را در هر زمان معین، می‌توان با یک مشخصه سفارشی که تابعی از بردار مکان است، توصیف کرد. به عنوان مثال، در مورد یک سیال دوتایی هم‌دما غلظت نسبی از دو جزء است. انرژی آزاد را می‌توان برای زمان‌هایی که سامانه در تعادل نیست تعریف کرد و این انرژی آزاد را می‌توان به صورت معادله (۲۹) نوشت [۲۱].

$$F(\phi) = \int_{\Omega} \left\{ f(\phi(x)) + \frac{1}{2} k |\nabla \phi(x)|^2 \right\} dx \quad (29)$$

در معادله (۳۰) Ω ناحیه‌ای از فضای اشغال شده به وسیله سامانه است. عبارت $\frac{1}{2} k |\nabla \phi(x)|^2$ انرژی سطح با k ثابت مثبت، چگالی انرژی بالک^۱ است که دارای دو حداقل مربوطه دو فاز پایدار سیال است. پتانسیل شیمیایی به صورت معادله (۳۰) تعریف می‌شود.

$$\mu(\phi) = \frac{\delta F(\phi)}{\delta \phi(x)} = f'(\phi(x)) - k \nabla^2 \phi(x) \quad (30)$$

پروفایل تعادل بین سطحی را می‌توان با به حداقل رساندن تابعی $F(\phi)$ با توجه به تغییرات تابع ϕ یعنی حل $\mu(\phi) = 0$ پیدا کرد. کان و هیلارد با تقریب شارهای نفوذ بین سطحی به عنوان متناسب با گرادین‌های پتانسیل شیمیایی، مشکل را به موقعیت‌های وابسته به زمان تعمیم دادند و حفاظت از میدان را اعمال کردند. معادله هم‌رفتی کان-هیلارد را می‌توان به صورت معادله (۳۱) نوشت.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \cdot \nabla \phi = \nabla \cdot (M(\phi) \nabla \mu) \quad (31)$$

که در آن u میدان سرعت^۲ و $M(\phi) > 0$ تحرک پذیری یا ضریب آنسجر^۳ است. معادله (۳۱) ایجاد، تکامل و انحلال سطح مشترک میدانی فازی کنترل شده با نفوذ را در دیواره مدل می‌کند و شرایط مرزی بدون شار زیر اتخاذ می‌شود.

$$n \cdot \nabla \phi = 0 \quad \text{و} \quad n \cdot M \nabla \mu = 0 \quad (32)$$

که در معادله (۳۲) بردار نرمال n یک در مرز دامنه است. رابطه بین

1. Bulk Energy Density
2. Velocity Field
3. Onsager

و نتایج آزمایشگاهی تطابق کامل داشت: زمان اجرای کمتری نسبت به روش تنظیم سطح و قابلیت بیشتری در نشان دادن پدیده‌های انتقال داشته است [۲۴]. همچنین عاملی و همکارانش در سال ۲۰۲۱ براساس مدل فازی میدانی برای سازوکار عملکرد هیدروژل در ازدیاد برداشت نفت، شبیه‌سازی عددی کردند. آنان ضریب بازیابی نفت را با استفاده از روش‌های آماری حساب کردند و دریافتند که با نتایج مدل‌سازی مطابقت خوبی دارد. این محققان رفتار یکسان بر روی ضریب بازیابی نفت در افزایش شعاع هیدروژل و گرانروی، کاهش توانایی هیدروژل برای نفوذ در عمق و انسداد در نزدیکی نقطه تزریق را با استفاده از مدل میدانی فازی به دست آوردند [۲۵].

۱-۳ روش‌های مزوسکوپیک

مهم‌ترین روش این گروه، روش لتیس بولتزمن^۳ است؛ در ادامه این روش توصیف می‌شود.

۱-۳-۱ روش لتیس بولتزمن

پدیده‌ها و جریان‌های سیال چندفازی زمانی اتفاق می‌افتد که دو یا چند سیال که به‌آسانی با هم مخلوط نمی‌شوند (مانند هوا و آب) یک سطح مشترک دارند. برهمکنش‌های چندفازی سیال تقریباً در فرایندهای طبیعی و صنعتی در همه جا وجود دارد. پدیده‌ها و جریان‌های چندفازی می‌توانند شامل سیالات چندفازی تک‌جزئی؛ به‌عنوان مثال، آب و بخار خود، و سیالات چند فازی چند جزئی؛ به‌عنوان مثال، نفت/آب باشد. برخی از نمونه‌های عملی مشکلات سیال چندفازی عبارتند از: بازیافت و افزایش بازیابی منابع نفتی از مخازن، آلودگی فاز مایع غیرآبی آب‌های زیرزمینی، رفتار آب خاک، پدیده‌های خیس‌شدن سطح، عملکرد پیل سوختی و حرکت و تکامل ابرها. دینامیک سیالات محاسباتی^۴ در مطالعات جریان سیال بسیار مهم شده‌است. روش شبکه بولتزمن (LBM) در دو دهه گذشته، بسیار سریع توسعه یافته و به یک ابزار جدید و قدرتمند CFD به‌ویژه برای جریان‌های چندفازی تبدیل شده‌است. LBM در مقایسه با روش‌های سنتی CFD برتری‌های عمده‌ای دارد؛ نخست این‌که از دینامیک مولکولی سینتیک بولتزمن سرچشمه می‌گیرد.

یک و دو را مشخص می‌کنند. به‌دلیل در نظر گرفتن سیالات به‌شکل تراکم‌ناپذیر، می‌تواند در معادلات بقای جرم و حجم به‌صورت جای‌گزین به‌کار رود [۲۱].

شناخته‌شده‌ترین معادله میدانی فازی، معادله کان-هیلیارد است که به‌آسانی می‌تواند در سامانه‌های دو و سه‌بعدی به‌کار رود. معادله کان-هیلیارد وابسته به زمان است. این زمان بر مبنای اصل حداقل بودن انرژی ایجاد شده و قادر به مدل‌سازی تشکیل، تبدیل و انحلال موجود در سطح تماس است. فعالیت‌های واندروالس^۱ در شکل‌گیری معادلات کان-هیلیارد تأثیرگذار بوده‌است. ایشان فرض کردند که سطح تماس تعادلی به‌صورتی است که اندازه انتگرال تابع انرژی آزاد در کمترین مقدار خود باشد. کان و هیلیارد، مفروضات واندروالس برای شرایط وابسته به زمان را، تعمیم دادند تا به معادله (۳۲) دست یافتند [۲۳].

یکی از حل‌های معادلات کان-هیلیارد به انحنای وابسته است (اثر گیبس-توماس) که باعث افزایش کاربرد این معادلات برای شبیه‌سازی فرایندهای تبخیر، هسته‌زایی، و بزرگ‌شوندگی (همانند آنچه در ژل بر اثر جذب آب اتفاق می‌افتد) می‌شود. نواحی با انحنای بالا در سطح تماس عموماً قسمت‌هایی با پتانسیل بالا هستند و مواد انحلال‌پذیر از راه این نواحی به سمت قسمت‌های پیرامون با پتانسیل کم حرکت می‌کنند. هنگامی که بحث انتقال سیال باشد، الزاماً پتانسیل شیمیایی یک‌نواخت نیست. نایکنواختی به دو حالت می‌تواند باشد؛ در حالت اول بر اثر جریان‌های فشاری ضخامت سطح تماس کم یا زیاد خواهد شد. در حالت دوم به دلیل وابستگی انحنایی انحلال‌پذیری، ایجاد می‌شود. انحنای بر اثر نوسانات موجود در سطح تماس تغییر می‌کند و باعث تغییر در انحلال‌پذیری می‌شود. علت پیچیدگی تجزیه و تحلیل دقت محاسبات مدل میدانی فازی این است که همگرایی با سه عامل تحرک‌پذیری، اندازه مش و ضخامت سطح مشترک امکان می‌پذیرد. ضخامت و میزان آشفتگی لایه‌های مرزی پتانسیل شیمیایی متأثر از تحرک‌پذیری هستند [۲۲].

امیری و همودا^۲ در سال ۲۰۱۳ روش‌های تنظیم سطح و میدانی فازی را در مدل‌سازی جریان دوفازی با تقابل گرانروی از راه محیط متخلخل با نفوذپذیری دوگانه ارزیابی کردند. این پژوهشگران به این نتایج رسیدند که پیش‌بینی‌های مدل میدانی فازی با مقادیر تحلیلی

3. Lattice Boltzmann
4. Computational Fluid Dynamics (CFD)

1. Johannes Diderik Van Der Waals
2. Hamouda

LBM قادر به بازیابی تداوم مقیاس ماکروسکوپی سنتی و معادلات ناویه-استوکس است که به صورت عددی در روش‌های رایج CFD حل می‌شوند. در LBM، معادله اساسی تر بولتزمن به طور مستقیم گسسته می‌شود. LBM را می‌توان از ذره گسسته و منشأهای گاز شبکه‌ای شبیه دینامیک مولکولی بیشتر مشاهده کرد. دوم، در LBM فشار معمولاً با چگالی از راه یک معادله حالت گاز ایده‌آل (برای جریان تک‌فاز) یا از راه یک معادله حالت غیر ایده‌آل و اندروالس برای برخی از انواع سیالات چندفازی پیچیده مرتبط است. میدان‌های فشار را می‌توان مستقیماً پس از مشخص شدن میدان چگالی به دست آورد. بنابراین، معادله پواسون^۱ (که می‌تواند از نظر محاسباتی گران باشد) لازم نیست در LBM حل شود. برتری سوم، LBM این است که به دلیل محلی بودن بیشتر محاسبات، موازی کردن روش آسان خواهد بود. در نهایت، شرایط مرزی بدون لغزش را می‌توان به آسانی با طرح برگشتی ساده کنترل کرد. LBM موفقیت زیادی در مطالعات جریان‌های تک‌فاز داشته که با نرم‌افزار تجاری معروف به POWERFLOW، براساس LBM، حدود ده سال پیش ظاهر شد. در مقابل، LBM‌های چندفازی هنوز در حال توسعه‌اند و بسیاری از مدل‌های شبکه بولتزمن چندفازی در دسترس هستند [۲۶].

۱-۳-۱- تاریخچه روش لتیس بولتزمن

LBM را ابتدا استانیسلاو اولام^۲ و جان فون نویمان^۳ در ۱۹۴۰ طراحی کردند. اتوماتای سلولی شامل گسسته‌سازی فضایی است که سلول‌های منفرد در یک حالت خاص (مثلاً ۰ یا ۱) در آن وجود دارند و وضعیت خود را در هر مرحله زمانی براساس قاعده‌ای به روز می‌کنند که حالت‌های مجموعه‌ای از همسایه‌های سلول را به عنوان ورودی می‌گیرد. والفرام^۴ اتوماتای سلولی ساده را به طور سیستماتیک مطالعه کرد و برخی از اولین کاربردها را برای سیالات الهام بخشید که منجر به اولین مقاله‌ای شد که یک اتومات سلولی گاز شبکه‌ای^۵ (LGCA) را برای معادلات ناویه-استوکس پیشنهاد کرد. استفاده از یک شبکه مثلثی، برخی از تقارن مورد نیاز برای شبیه‌سازی مناسب سیالات را بازیابی کرد. همه مدل‌های LGCA از

1. Poisson Equation
2. Stanislaw Ulam
3. John Von Neumann
4. Wolfram
5. Lattice Gas Cellular Automaton (LGCA)

نقض‌های ذاتی رنج می‌برند، به ویژه نداشتن تغییرناپذیری گالیلین^۶ برای جریان‌های سریع و نویز آماری. این‌ها مدل‌های بولن^۷ مبتنی بر ذرات صریح هستند که شامل نوسانات تصادفی‌اند که در سطح مولکولی شبیه‌سازی گاز انتظار می‌رود و از این رو برای بازیابی رفتار صاف مورد انتظار در مقیاس ماکروسکوپی به میانگین‌گیری گسترده نیاز دارد [۳].

دومین گام مهم به سوی LBM مدرن را مک نامارا^۸ و زانتی^۹ برداشتند که ذرات تک‌تک LGCA را کنار گذاشتند و آن‌ها را با یک تابع توزیع گسسته متوسط اما هم‌چنان جهت‌دار جای‌گزین کردند. این به طور کامل نویز آماری LGCA را حذف کرد. یک ساده‌سازی عمده کیان^{۱۰} و همکارانش ارائه شد: ماتریس برخورد هیگورا^{۱۱} و همکارانش. با یک زمان استراحت منفرد جای‌گزین شد که منجر به ایجاد مدل Gross, Bhatnagar و Krook (BGK) شد. پس از آن، LBM بسیار سریع توسعه یافت. سوکوب^{۱۲} و دورن^{۱۳} در سال ۲۰۰۶ نشان دادند که کمتر از ۲۰ مقاله در این موضوع در سال ۱۹۹۲ وجود داشت. بیش از ۶۰۰ مورد در سال ۲۰۱۳ منتشر شد. بعداً پژوهشگران نشان دادند که LBM را می‌توان از معادله بولتزمن پیوسته به دست آورد. از این رو، می‌توان آن را به عنوان یک فرم گسسته خاص از معادله بولتزمن در نظر گرفت. از بسط چاپمن-انسکوگ^{۱۴}، تداوم حاکم و معادلات ناویه-استوکس را می‌توان از LBM بازیابی کرد. بدون حل معادله پواسون، میدان فشار را می‌توان مستقیماً از توزیع‌های چگالی به دست آورد. امروزه استفاده از LBM طیف گسترده‌ای از رشته‌ها را دربر می‌گیرد [۳].

برخلاف روش‌های مرسوم که معادلات ناویه-استوکس ماکروسکوپی گسسته را حل می‌کنند، LBM براساس مدل‌های ذرات میکروسکوپی و معادلات سینتیک مزوسکوپی است. مفهوم اصلی LBM ساخت یک مدل سینتیک ساده شده است که فیزیک ضروری فرایندهای میکروسکوپی یا مزوسکوپی را به هم متصل می‌کند تا خواص میانگین ماکروسکوپی از معادلات ماکروسکوپی مورد نظر پیروی کنند. LBM اصل اتوماتای گاز شبکه‌ای را با معادله

6. Galilean
7. Boolean Models
8. McNamara
9. Zanetti
10. Qian
11. Higuera
12. Sukop
13. Thorne
14. Chapman-Enskog

موقعیت، ξ سرعت میکروسکوپی، $F(x, t)$ نیروی حجمی و τ زمان استراحت است که گرانروی سینماتیکی را تعیین می‌کند. در روش BGK شبکه، یک تابع توزیع گسسته f_i برای نمایش سیال معرفی شده‌است. این تابع توزیع معادله لتیس بولتزمن زیر را برآورده می‌کند.

$$f_i(x + e_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) - \frac{f_i(x, t) - f_i^{(eq)}(x, t)}{\tau} + S_i(x, t) \quad (38)$$

که در رابطه (۳۸)، $f_i(x, t)$ تابع توزیع چگالی مربوطه جهت سرعت گسسته i^3 و τ یک زمان استراحت است که با گرانروی سینماتیکی با معادله $\nu = C_s^2(\tau - 0.5)\Delta t$ مرتبط است. C_s سرعت صوت است. $S_i(x, t)$ عبارت منبع اضافه‌شده به معادله استاندارد شبکه بولتزمن است. تابع توزیع تعادل $f_i^{(eq)}(x, t)$ را می‌توان به صورت معادله (۳۹) حساب کرد [۳].

$$f_i^{(eq)}(x, t) = \omega_i \rho \left[1 + \frac{e_i \cdot u}{C_s^2} + \frac{(e_i \cdot u)^2}{2C_s^4} - \frac{u^2}{2C_s^2} \right] \quad (39)$$

در معادلات (۳۸) و (۳۹) e_i سرعت‌های گسسته است؛ همان‌طور که تعریف شده و ω_i وزن‌ها هستند، چنان‌که در جدول (۱) آمده‌است. ρ چگالی ماکروسکوپی و u بردار سرعت ماکروسکوپی است. مدل‌های سرعت گسسته به صورت DnQm تعریف می‌شوند که n بعد فضا و m تعداد سرعت‌هاست.

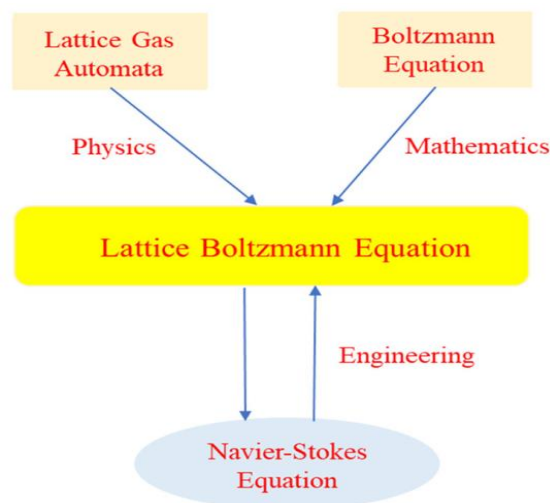
جدول ۱. مروری بر ضریب‌های وزن و سرعت صوت [۳].

Table 1. Overview of the weighting coefficients and sound speeds [3].

Model	ω_i	C_s^2
D2Q7	$\frac{1}{2} (i=0), \frac{1}{12} (i=1, \dots, 6)$	$C^2/4$
D2Q9	$\frac{4}{9} (i=0), \frac{1}{9} (i=1, 2, 3, 4), \frac{1}{36} (i=5, 6, 7, 8)$	$C^2/3$
D3Q15	$\frac{2}{9} (i=0), \frac{1}{9} (i=1, \dots, 6), \frac{1}{72} (i=7, \dots, 14)$	$C^2/3$
D3Q19	$\frac{1}{3} (i=0), \frac{1}{18} (i=1, \dots, 6), \frac{1}{36} (i=7, \dots, 18)$	$C^2/3$

3. Discrete Velocity

بولتزمن ترکیب می‌کند. LBM تابعی را بر روی چارچوب موزسکوپی تعریف می‌کند که معادله ناویه-استوکس را برآورده می‌کند. تغییرات متوالی تابع از معادله بولتزمن به‌روز می‌شود. قوانین حفاظت^۱ با قوانین مدرن در هر مرحله زمانی گسسته آمیخته می‌شود. در این مدل، حالت سیال فقط در مکان‌های شبکه و در مراحل زمانی گسسته در نظر گرفته می‌شود که شبیه‌سازی را در مقایسه با شبیه‌سازی دینامیک مولکولی بسیار سریع‌تر می‌کند. هم‌چنین، یک برتری عمده در کاهش زمان اجرا دارد؛ زیرا تمام برخوردها در شبیه‌سازی در یک مرحله زمانی اتفاق می‌افتد. این برتری‌ها به مدل اجازه می‌دهد تا در شبیه‌سازی‌های مقیاس بزرگ اجرا شود. نمای کلی LBM در شکل (۷) نشان داده شده‌است [۲۷].



شکل ۷. نمای ارتباط کلی LBM با مهندسی، ریاضیات و فیزیک [۲۷].

Figure 7. Overview of LBM, connecting engineering, mathematics and physics [27].

۱-۳-۲ معادلات روش لتیس بولتزمن

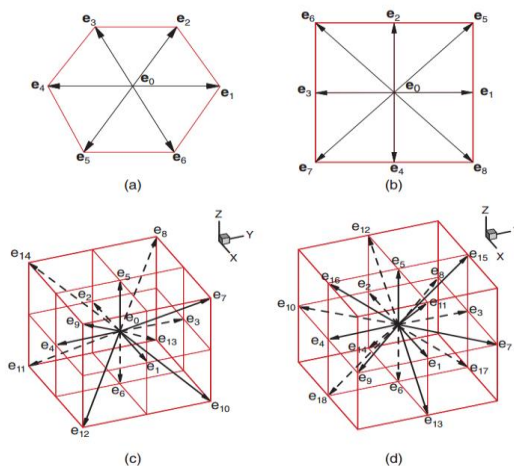
LBM را می‌توان از تقریب BGK معادله بولتزمن به‌دست آورد.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \cdot \nabla f + F \cdot \nabla_{\xi} f = -\frac{f - f^{eq}}{\tau} \quad (37)$$

در معادله (۳۷) $f(x, \xi, t)$ تابع توزیع تک‌ذره در فضای فاز (x, ξ) و $f^{eq}(x, \xi)$ تابع توزیع ماکسول-بولتزمن^۲، x بردار

1. Conservation
2. Maxwell-Boltzmann

طرحواره‌ای از چهار مدل سرعت گسسته در شکل (۸) به نمایش درآمده است.



شکل ۸. مدل‌های سرعت گسسته (a) D2Q7، (b) D2Q9، (c) D3Q15 و (d) D3Q19 [۳].

Figure 8. Discrete velocity models (a) D2Q7, (b) D2Q9, (c) D3Q15, and (d) D3Q19 [3].

مدل‌های سرعت گسسته دوبعدی و سه‌بعدی معمول D2Q7، D2Q9، D3Q15 و D3Q19 هستند که در شکل (۸) نشان داده شده‌اند. برای مدل D2Q7، سرعت‌های گسسته عبارتند از:

$$[e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6] = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

برای مدل D2Q9، سرعت‌های گسسته به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8] = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

برای مدل D3Q15، سرعت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}, e_{13}, e_{14}] = c \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

در معادلات ذکر شده، c سرعت شبکه است و به صورت $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

تعریف می‌شود. در اینجا، 1 واحد شبکه (Δx) را به عنوان 1 ، 1 گام زمانی (Δt) را به عنوان 1 ، 1 واحد جرمی 3 را به عنوان 1 μ تعریف می‌کند. در معادله (۳۹)، ω_i ضریب‌های وزنی اند که به صورت نظری قابل استخراج هستند. C_s^2 را می‌توان از رابطه (۴۰) به دست آورد.

$$C_s^2 \delta_{\alpha\beta} = \sum_i \omega_i e_{i\alpha} e_{i\beta} \quad (40)$$

چنین که اگر $\alpha = \beta$ باشد $\delta_{\alpha\beta} = 1$ خواهد شد. در غیر این صورت $\delta_{\alpha\beta} = 0$ و از قرارداد جمع انیشتین استفاده می‌شود. بنابراین، $C_s^2 = \sum_i \omega_i e_{ix} e_{ix}$ یا $C_s^2 = \sum_i \omega_i e_{iy} e_{iy}$ تعریف می‌شود. به عنوان یک مثال دقیق، محاسبه C_s^2 برای مدل D2Q9 در معادله آورده شده است (محاسبه هر عبارت از $i = 0$ تا $i = 8$ نشان داده شده است):

$$\sum_{i=0} \omega_i e_{ix} e_{ix} = 0 + \frac{1}{9} C^2 + 0 + \frac{1}{9} C^2 + 0 + \frac{1}{36} C^2 + \frac{1}{36} C^2 + \frac{1}{36} C^2 + \frac{1}{36} C^2 = \frac{1}{3} C^2 = C_s^2 \quad (41)$$

و زمانی که $\alpha \neq \beta$ ($x \neq y$):

$$\sum_{i=0} \omega_i e_{ix} e_{iy} = 0 + \frac{1}{9} C \times 0 + \frac{1}{9} 0 \times C + \frac{1}{9} (-C) \times 0 + \frac{1}{9} 0 \times (-C) + \frac{1}{36} C^2 - \frac{1}{36} C^2 + \frac{1}{36} C^2 - \frac{1}{36} C^2 = 0 \quad (42)$$

در معادله (۳۹) چگالی سیال است که می‌توان آن را از رابطه (۴۳) به دست آورد.

$$\rho = \sum_i f_i \quad (43)$$

این به سادگی مجموع f_i است و آن‌ها را به عنوان بخش‌هایی از چگالی کلی مرتبط با یکی از جهت‌های سرعت گسسته نشان می‌دهد. برای $i = 0$ ، $S_i = 0$ سرعت ماکروسکوپی سیال به صورت معادله (۴۴) حساب می‌شود.

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_i f_i e_i \quad (44)$$

1. Lattice Unit
2. Time Step
3. Mass Unit

یا برحسب مؤلفه‌های برداری به صورت (۴۵) تعریف می‌شود.

$$u_{\alpha} = \frac{1}{\rho} \sum_i f_i e_{i\alpha} \quad (45)$$

که u_{α} به معنای سرعت‌های گسسته وزن شده با چگالی‌های جهت‌ی است [۳].

۳-۱-۳-۱ مدل‌های چندفازی LBM

چندین مدل LBM چندفازی محبوب وجود دارد؛ اولین مدل، مدل گرادیان رنگ^۱ است که گانستنسن^۲ و همکارانش ارائه کرده‌اند که بر اساس مدل گاز شبکه^۳ چندفازی روتمن-کلر^۴ بیان می‌شود. مدل شان-چن^۵ خیلی زود ظاهر شد و مبتنی بر ترکیب یک نیروی جاذبه یا دافعه است که منجر به جدایی فاز می‌شود. مدل انرژی آزاد^۶ را سوئیفت^۶ و همکارانش ارائه کردند و به دنبال آن مدل هی-چن-ژانگ^۷ مطرح شد. همراه با تکنیک‌های رایج CFD، برخی از LBMهای چندفازی دیگر که خیلی متداول نبودند، پیشنهاد شده‌اند؛ مانند LBM چندجزئی مبتنی بر انرژی آزاد متقارن^۸، LBM ردیابی جبهه، LBM تفاضل محدود^۹ برای سیال دوتایی، تغییر کل کاهش^{۱۰} LBM، مدل نورگالیف^{۱۱} و همکارانش و غیره. در ادامه به معرفی هر یک از این مدل‌های متداول پرداخته می‌شود [۳].

۳-۱-۳-۱-۱ مدل گرادیان رنگ

در مدل دو جزئی، یک جزء سیال قرمز رنگ و دیگری سیال آبی رنگ است. دو تابع توزیع برای نشان دادن دو سیال استفاده می‌شود. علاوه بر مرحله برخورد رایج در LBM، یک اصطلاح برخورد اضافی نیز در مدل وجود دارد. هم‌چنین مرحله رنگ‌آمیزی مجدد در مدل وجود دارد. گرانتو^{۱۲} و همکارانش مدل را برای کنترل سیالات دوتایی با نسبت‌های چگالی و گرانروی متفاوت اصلاح کردند. اخیراً،

1. Color-Gradient
2. Gunstensen
3. Rothman-Keller (RK)
4. Shan-Chen (SC)
5. Free-Energy (FE)
6. Swift
7. He-Chen-Zhang (HCZ)
8. Symmetric Free-Energy
9. Finite-Difference
10. Total Variation Diminishing
11. Nourgaliev
12. Grunau

اهرنهولز^{۱۳} و همکارانش مدل RK را بهبود بخشیدند و از LBM زمان استراحت چندگانه^{۱۴} برای رسیدگی به مواردی با نسبت گرانروی بالاتر و عدد موینگی کمتر استفاده کردند. یکی از برتری‌های مدل RK این است که کشش سطحی و نسبت گرانروی را می‌توان به‌طور مستقل تنظیم کرد. هوانگ^{۱۵} و همکارانش تأیید کردند که اگرچه مدل RK قادر به شبیه‌سازی درست موارد منطبق با چگالی است؛ معمولاً قادر به رسیدگی به موارد نسبت با چگالی بالا نیست. برای موارد نسبت چگالی بالا، طرحی برای بهبود مدل RK پیشنهاد شده است [۳].

۳-۱-۳-۱-۲ مدل شان-چن

نوع دوم مدل LBM چندفازی مدل SC است. در مدل SC چندفازی تک‌جزئی، ترکیب یک عبارت اجباری در معادله لیمیس بولتزمن مربوطه، معادله حالت^{۱۶} گاز ایده‌آل را در LBMهای تک‌فاز با یک EOS غیر یک‌نواخت غیر ایده‌آل جای‌گزین می‌کند. در مدل SC چندفازی، هر جزء با تابع توزیع خاص خود نشان داده می‌شود. مدل SC چندفازی تک‌جزئی با نسبت‌های چگالی بالا (۱۰) به‌خوبی کار می‌کند؛ اما کشش سطحی، نسبت چگالی‌ها و گرانروی را نمی‌توان به‌طور مستقل تنظیم کرد. برخی از مشخصه‌ها باید با آزمایش‌های عددی تعیین شوند. پژوهشگران اثبات کردند که با اتخاذ یک شکل شبه‌پتانسیل چنددامنه‌ای (شامل برهمکنش‌های فراتر از نزدیک‌ترین همسایگان) می‌توان نسبت چگالی و کشش سطحی را تنظیم کرد. شان یک رویکرد کلی برای محاسبه تنسور فشار در LBM با برهمکنش‌های فراتر از نزدیک‌ترین همسایگان ترسیم کرد. گسترش برهمکنش فراتر از محدوده نزدیک‌ترین همسایه‌ها می‌تواند جریان‌های کاذب را که میدان‌های سرعت مصنوعی و غیرفیزیکی با دامنه کوچک در نزدیکی سطح مشترک هستند، حذف کند. این یافته ممکن است کاربردهای احتمالی مدل SC را گسترش دهد. با این حال، برخی از مطالعات نشان می‌دهد که یک نقص در استراتژی اصلی مدل SC وجود دارد و یک راه‌برد صحیح را پیشنهاد می‌کند [۳].

وی^{۱۷} و همکارانش در سال ۲۰۲۱ پژوهشی در مورد تأثیر

13. Ahrenholz
14. Multiple Relaxation Time (MRT)
15. Huang
16. Equation of State (EOS)
17. Wei

ویژگی‌های سیال غیرنیوتنی را بر دینامیک جریان در سیلاب‌زنی پلیمری با استفاده از مدل‌شان-چن انجام دادند. ایشان تأثیر ترشوندگی بر توزیع نفت باقی‌مانده در بن‌بست را مطالعه کردند و دریافتند که بن‌بست مربعی بیشتر از بن‌بست نیم‌دایره‌ای نفت باقی‌مانده را حفظ می‌کند. هم‌چنین اذعان داشتند که سیال ویسکوالاستیک در بن‌بست نفوذ عمیق‌تری دارد [۲۸].

۳-۳-۱-۳-۱ مدل انرژی آزاد

نوع سوم مدل LBM چندفازی FE LBM است. در این مدل موضوع ترمودینامیکی EOS غیر یک‌نواخت در تنسور فشار در معادلات ناویه-استوکس گنجانده و تابع توزیع تعادل نرمال تجدید نظر شده است. با این حال، مدل اصلی FE برای اصطلاحات گران‌روی در معادله ناویه-استوکس ثابت گالین نیست. هولدیچ^۱ و همکارانش مدل را با تعریف مجدد تنسور تنش بهبود دادند و ثابت گالین بازیابی شد که با LBM سازگار است. اینامورو و همکارانش از راه بهبود مدل FE سوئیفت به نسبت چگالی بالا دست یافتند؛ اما مدل باید معادله پواسون را حل کند که سادگی LBM معمولی را کاهش داد. ژنگ و همکاران (۲۰۰۶) یک مدل FE LBM ثابت گالین را پیشنهاد کردند. این مدل ساده‌تر از مدل اینامورو و همکاران است؛ اما فقط برای موارد مطابق با چگالی معتبر است [۳].

۳-۳-۱-۴-۱ مدل ردیابی سطح مشترک

نوع چهارم مدل LBM چندفازی، مدل ردیابی سطح مشترک است. در مدل HCZ از دو تابع توزیع و دو معادله لیتیس بولتزمن استاندارد متناظر استفاده شده است. از نظر ماکروسکوپی، معادله ردیابی سطح مشترک کان-هیلیارد و معادلات ناویه-استوکس را می‌توان از معادلات لیتیس بولتزمن بازیابی کرد. براساس این مدل، مدل‌های زیادی برای دسترسی به نسبت‌های چگالی بالاتر یا افزایش پایداری عددی با گسترش به نسخه MRT توسعه یافته‌اند. همه مدل‌های چندفاز لیتیس بولتزمن مذکور در حال توسعه فعال هستند [۳].

۳-۳-۱-۵-۱ مقایسه بین مدل‌ها

برخی تحلیل‌های نظری از مدل‌های RK، SC و FE و چند تحلیل عددی وجود دارد. هو^۲ و همکارانش مدل‌های SC و RK را مقایسه و

بر شبیه‌سازی قطره/حباب تمرکز کردند. با این حال، هیچ مقایسه کمی با سایر راه‌حل‌های تحلیلی موجود در آن کار وجود ندارد. هانگ و همکارانش عملکرد مدل‌های RK، SC و FE را برای جریان چندجزئی در محیط متخلخل ارزیابی کردند. مدل‌ها در جدول (۲) مقایسه شده‌اند.

جدول ۲. مقایسه مدل‌های چندفازی لیتیس بولتزمن [۳].

Table 2. Comparison of Lattice Boltzmann multiphase models [3].

Model	Maximum density ratio	Convenient to specify Wetting condition?	Efficiency	Accuracy
RK	10 ⁶	Yes	Not so efficient	Accurate
SC SCMP	10 ²	Yes	Very efficient	Less accurate
SC MCMP	1	Yes	Very efficient	Less accurate
FE	10	No, density gradient required	Not so efficient	Accurate
HCZ	10	Yes	Efficient	Accurate
Lee-Lin	10 ³	No, density gradient required	Efficient	Accurate

* RK تجدید نظر شده در سال ۲۰۱۳ برای مدل RK، فقط موارد

منطبق با چگالی را می‌توان به‌درستی شبیه‌سازی کرد.

برای مدل RK، فقط موارد منطبق با چگالی را می‌توان به‌درستی شبیه‌سازی کرد. هوانگ و همکارانش در سال ۲۰۱۳ مدل RK را برای رسیدگی به نسبت‌های چگالی بالاتر گسترش دادند. طبق تجربه، مدل SC بسیار کارآمد است؛ اما دقت کمتری دارد. مدل FE به‌اندازه مدل RK کارآمد است. به‌طور بالقوه، شباهت‌هایی بین آن‌ها وجود دارد. برای مدل اصلی HCZ، نسبت چگالی حدود ۱۰ است. بعداً مدل HCZ را لی^۳ و لین^۴ در سال ۲۰۰۵ (مدل لی-لین) برای رسیدن به نسبت‌های با چگالی بالا گسترش دادند. نحوه تعیین شرایط ترشوندگی موضوع مهمی در مسائل جریان چندفازی، به‌ویژه برای جریان‌های در محیط متخلخل است. در مدل‌های RK، SC و HCZ، می‌توان یک «چگالی دیواره»^۵ را برای به‌دست‌آوردن زوایای

3. Lee
4. Lin
5. Wall Density

1. Holdych
2. Hou

۲. مقایسه بین روش‌های مختلف

در ادامه به مقایسه بین کاستی‌ها و برتری‌های روش‌های مختلف مدل‌سازی پرداخته می‌شود. این مقایسه در جدول (۳) به نمایش درآمده است.

تماس مورد نظر تعیین کرد یا یک نیروی سطح سیال را می‌توان گنجانند. در مدل‌های FE و لی-لین، شرایط ترشوندگی را فقط می‌توان با تعیین گرادیان چگالی روی دیواره اجرا کرد. تعیین «چگالی دیوار» یا نیروی راحت‌تر از طرح گرادیان چگالی است [۳].

جدول ۳. مقایسه برتری‌ها و کاستی‌های روش‌های مختلف مدل‌سازی [۱۱].

Table 3. Comparison of advantages and disadvantages of different modeling methods [11].

Method	Advantages	Disadvantages
Front-tracking (FT)	Extremely accurate Robust Accounts for substantial topology changes in interface	Mapping of interface mesh onto Eulerian mesh Dynamic re-meshing required Merging and breakage of interfaces requires sub-grid model
Level set	Conceptually simple Easy to implement	Limited accuracy Loss of mass (volume)
Volume of fluid (VOF)	Relatively simple and accurate Easily adaptable to boundary fitted grids Merging and breakage of interface occurs automatically	Numerically diffusive Limited accuracy Extension to boundary fitted grids very difficult
Phase field	High capability in showing transport phenomena Ability to find the interface between three immiscible and incompressible phases Extremely accurate	Has large gradients that must be resolved computationally Thinness of interfacial layers Explicit discretization leads to numerical instability. Complexity in computational analysis
Lattice boltzmann	Perform all collisions in the simulation in one time step Low run time No numerical instability Easy to implement Automatically maintains sharp interfaces, and explicit interface tracking is not needed	The flow velocity cannot be high. Weakness in modeling gas-liquid multiphase flows with density difference or high viscosity difference between phases. Weakness in simulating streams with high Mach numbers. Weakness in modeling geometry with curved boundary.
Population balance model	Accurate No need for assumptions	Requires a lot of input data Time-consuming
Size exclusion	Suitable for modeling preformed particle gels	Cavernous occlusion Consider many hypotheses

۳. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

روش‌های مدل‌سازی جریان‌های چندفازی به سه دسته میکروسکوپی، مزوسکوپی و ماکروسکوپی تقسیم می‌شوند. از مهم‌ترین روش‌های میکروسکوپی می‌توان از موازنه جمعیت، تنظیم سطح، میدانی فازی و روش‌های مزوسکوپی لیس بولتزمن و از روش‌های میکروسکوپی می‌توان از ممانعت اندازه، ردیابی جبهه و حجم سیال نام برد. روش‌های ردیابی جبهه و میدانی فازی از دقت بسیار بالایی برخوردارند. هم‌چنین روش‌های تنظیم سطح و حجم سیال از نظر مفهومی ساده هستند؛ ولی تجزیه و تحلیل محاسبات روش میدانی فازی پیچیده است. روش میدانی فازی قابلیت بالا در نشان‌دادن پدیده‌های انتقال و یافتن سطح تماس بین سه فاز غیر قابل امتزاج و تراکم‌ناپذیر نسبت به سایر روش‌ها دارد. در روش‌های حجم سیال و میدانی فازی ایجاد ناپایداری عددی محتمل‌تر است؛ ولی این موضوع در روش لیس بولتزمن اتفاق نمی‌افتد. به‌علاوه که این روش به زمان اجرای کمی نیاز دارد. از طرفی روش موازنه جمعیت نیازمند مدت زمان بیشتری نسبت به سایر روش‌هاست. روش‌های موازنه جمعیت و ممانعت اندازه جزو روش‌های پایه‌ای محسوب می‌شوند که برای به‌کارگیری آن‌ها به داده‌های ورودی زیاد، فرضیه‌های بسیار و زمانبر نیاز است. روش لیس بولتزمن مدل‌های مختلفی برای سیالات چندفازی مانند Lee Lin و RK, SC, HCZ, FE ارائه داده‌است که هرکدام از آن‌ها متناسب با شرایط موجود کارایی خاص خود را به‌خوبی حفظ می‌کند. برای انتخاب مدل مناسب از روش لیس بولتزمن، مواردی هم‌چون دقت، کارایی، شرایط تعیین ترشوندگی و نسبت چگالی باید در نظر گرفته شود. باتوجه به مطالعات این پژوهش، روش‌ها دارای برتری‌ها و کاستی‌های خاصی هستند؛ در نتیجه برای انتخاب روش مناسب باید شرایطی هم‌چون مفهوم مسأله، زمان، هزینه و دقت در نظر گرفته شود.

فهرست علائم

Definition	Symbol	Eq.
PPG Concentration	c_0	(1)
Particle Concentration	σ	

Water-phase Velocity	v_w	
Accesible Velocity	$v_w f_a$	
Porosity	ϕ	
Accesible Porosity	ϕ_a	
Viscosity	ν	
Volume Fraction	γ	(16)
Control Parameter on surface Thickness	ε	(20)
Curvature	K	(23)
Contact Surface Unit Vector	N	
Pressure	p	(27)
Viscosity	η	
Fluid Bulk Energy	f	(29)
System Area	Ω	
Microscopic Velocity	ξ	(37)
Relaxatoin Time	τ	
Single Component Multiphase Chan-Chen	SC SCMP	
Multi Component Multiphase Chan-Chen	SC MCMP	
Free Energy	FE	

مراجع

- [1] Parker, J. C. (1989). Multiphase flow and transport in porous media. *Reviews of Geophysics*, 27(3), 311-328. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/RG027i003p00311>
- [2] Golparvar, A., Zhou, Y., Wu, K., Ma, J., & Yu, Z. (2018). A comprehensive review of pore scale modeling methodologies for multiphase flow in porous media. *Advances in Geo-Energy Research*, 2(4), 418-440.
- [3] Huang, H., Sukop, M., & Lu, X. (2015). Multiphase lattice Boltzmann methods: Theory and application.
- [4] Esfahlan, M. S., Khodapanah, E., & Tabatabaei-Nezhad, S. A. (2021). Comprehensive review on the research and field application of preformed particle gel conformance control technology. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 202, 108440.

- [5] Liu, Y., Hou, J., Wang, Q., Liu, J., Guo, L., Yuan, F., & Zhou, K. (2017). Flow of preformed particle gel through porous media: a numerical simulation study based on the size exclusion theory. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 56(10), 2840-2850.
- [6] She, D. (2019). *Conservative Front Tracking* State University of New York at Stony Brook].
- [7] Klingenberg, C., & Plohr, B. (1991). An introduction to front tracking. In *Multidimensional Hyperbolic Problems and Computations*, 203-216, Springer.
- [8] She, D., Kaufman, R., Lim, H., Melvin, J., Hsu, A., & Glimm, J. (2016). Front-tracking methods. In *Handbook of Numerical Analysis*, 17, 383-402, Elsevier.
- [9] Izbassarov, D., & Muradoglu, M. (2015). A front-tracking method for computational modeling of viscoelastic two-phase flow systems. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 223, 122-140.
- [10] Wen, T., Lu, L., & Luo, Y. (2021). Review on the fundamentals and investigations of falling film dehumidification/absorption refrigeration based on CFD technology. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 171, 121042.
- [11] Gopala, V. R., & van Wachem, B. G. (2008). Volume of fluid methods for immiscible-fluid and free-surface flows. *Chemical engineering journal*, 141(1-3), 204-221.
- [12] Choi, B., Jeong, M. S., & Lee, K. S. (2015). Numerical Modelling on Dynamic Adsorption of Viscoelastic Polymer in Near Wellbore Conditions by Population Balance Method. SPE Asia Pacific Enhanced Oil Recovery Conference,
- [13] Hu, G., Ma, Y., Zhang, H., & Liu, Q. (2021). A mini-review on population balance model for gas-liquid subcooled boiling flow in nuclear industry. *Annals of Nuclear Energy*, 157, 108174.
- [14] Solsvik, J., & Jakobsen, H. A. (2015). The foundation of the population balance equation: a review. *Journal of Dispersion Science and Technology*, 36(4), 510-520.
- [15] Chalk, P., Gooding, N., Hutten, S., You, Z., & Bedrikovetsky, P. (2011). Laboratory and theoretical investigation of size exclusion suspension flow in rocks. SPE European Formation Damage Conference,
- [16] Moradi, S., Mahvelati, E. H., Ameli, F., Dabir, B., & Rashtchian, D. (2017). Application of population balance equation in modeling of asphaltene particle size distribution and characterization of aggregation mechanisms under miscible gas Injection. *Journal of Molecular Liquids*, 232, 207-213.
- [17] Sethian, J. A., & Smereka, P. (2003). Level set methods for fluid interfaces. *Annual review of fluid mechanics*, 35(1), 341-372.
- [18] Enright, D., Fedkiw, R., Ferziger, J., & Mitchell, I. (2002). A hybrid particle level set method for improved interface capturing. *Journal of computational physics*, 183(1), 83-116.
- [19] Helland, J. O., Pedersen, J., Friis, H. A., & Jettestuen, E. (2019). A multiphase level set approach to motion of disconnected fluid ganglia during capillary-dominated three-phase flow in porous media: Numerical validation and applications. *Chemical Engineering Science*, 203, 138-162.
- [20] Wang, F., Guo, C., & Gao, Y. (2014). Formation of a polymer thin wall using the level set method. *International Journal of Geomechanics*, 14(5), 04014021.
- [21] Badalassi, V. E., Cenicerros, H. D., & Banerjee, S. (2003). Computation of multiphase systems with phase field models. *Journal of computational physics*, 190(2), 371-397.
- [22] Jacqmin, D. (1999). Calculation of two-phase Navier-Stokes flows using phase-field modeling. *Journal of computational physics*, 155(1), 96-127.
- [23] Akhlaghi Amiri, H. A. (2014). Pore-level Influence of Contact Angle on Fluid Displacements In Porous Media. COMSOL Conference 2014,
- [24] Amiri, H. A., & Hamouda, A. A. (2013). Evaluation of level set and phase field methods in modeling two phase flow with viscosity contrast through dual-permeability porous medium. *International Journal of Multiphase Flow*, 52, 22-34.
- [25] Hayatolghheibi, S. H., Ameli, F., & Moghbeli, M. R. (2021). Performance Mechanism of Hydrogel for Enhanced Oil Recovery: A Numerical Simulation Study Based on the Phase-Field Approach.
- [26] Ramstad, T., Berg, C. F., & Thompson, K. (2019). Pore-scale simulations of single-and two-phase flow in porous media: approaches and applications. *Transport in Porous Media*, 130(1), 77-104.
- [27] Sudhakar, T., & Das, A. K. (2020). Evolution of multiphase lattice Boltzmann method: A review. *Journal of The Institution of Engineers (India): Series C*, 101(4), 711-719.
- [28] Wei, B., Hou, J., & Zhao, E. (2021). Effects of Non-Newtonian Fluid Characteristics on Flow Dynamics in Polymer Flooding: a Lattice Boltzmann Study. SPE Europec featured at 82nd EAGE Conference and Exhibition,