



# تشکیل یخ بر روی سطوح در معرض جریان حاوی قطرات فوق سرد با روش هیدرودینامیک ذرات هموار

محمد مهدی کامیابی

استادیار مهندسی شیمی، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

پیام نگار: mm.kamyabi@vru.ac.ir

## چکیده

برای شبیه‌سازی پدیده سه فازی تشکیل یخ روی یک جسم جامد که در معرض جریان هوای مرطوب قرار دارد، از روش هیدرودینامیک ذرات هموار با فرض قابلیت تراکم ضعیف<sup>۱</sup> با در نظر گرفتن معادلات در مختصات سه بعدی استفاده شد. فرض شد که هوا حامل قطرات آب فوق سرد است که در صورت برخورد به سطح جامد بخشی از این قطرات تغییر فاز داده، به یخ تبدیل می‌شوند. برای توصیف این پدیده معادلات هیدرودینامیک سیال به همراه معادلات موازنه انرژی در نظر گرفته و حل شد. از آنجا که بازده جمع‌آوری<sup>۲</sup> سطح به دست آمده از این روش برای جریان روی کره با آنچه که در منابع به دست آمده است، مطابقت خوبی داشت اعتبار روش تأیید شد. سپس از این روش برای پیش‌بینی فرایند تشکیل یخ در شرایط مختلف استفاده شد. از جمله اثر عدد بی بعد استوکس بر بازده محلی جمع‌آوری و اثر شار حرارتی سطح بر بازده محلی و متوسط تشکیل یخ بررسی شد. مشاهده شد که بازده جمع‌آوری در مرکز جسم بیشتر بوده و با افزایش عدد استوکس بیشتر می‌شود. متعاقباً بازده متوسط تشکیل یخ با افزایش شار کاهش می‌یابد، هم‌چنین بازده کلی تشکیل یخ در مرکز جسم بیشتر و در کناره‌ها کمتر است.

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۹/۲۷

تاریخ پذیرش: ۹۹/۱۱/۲۵

شماره صفحات: ۶۲ تا ۷۲

## کلیدواژه‌ها: هیدرودینامیک

ذرات هموار، تغییر فاز، بازده

جمع‌آوری، شار حرارتی

## ۱. مقدمه

تشکیل یخ در یخچال یک فرایند مفید و ساده است؛ اما نشست یخ بر روی سطوح مختلف یک هواپیما مسئله‌ای پیچیده و خطرناک است که باعث کاهش نیروی لیفت و افزایش نیروی درگ می‌شود. هم‌چنین ممکن است ورودی موتور را مسدود کند و در نهایت منجر به حوادث مرگبار شود [۱ و ۲]. در مورد صنایع شیمیایی نیز که تجهیزاتی در معرض هوای آزاد قرار دارند، این پدیده به‌خصوص در شرایط سرد و مرطوب آب و هوایی رخ می‌دهد. از جمله می‌توان به یخ‌زدگی انواع تجهیزات و وسایل صنعتی (لوله‌ها، کابل‌ها، مخازن و

تشکیل و نشست یخ بر روی سطوح جامد پدیده‌ای رایج است که در بسیاری از شرایط از زندگی روزمره تا موقعیت‌های مختلف مهندسی اتفاق می‌افتد. این پدیده یک فرایند تغییر فاز است که ممکن است در موارد مختلف نقشی مفید یا مضر داشته باشد. به عنوان مثال،

\* رفسنجان، دانشگاه ولی عصر (عج)، دانشکده فنی و مهندسی

1. Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH)
2. Collection Efficiency

روی آن تشکیل می‌شود، فاز یخ، فاز گاز (هوای حامل SLDها) و فاز SLD. با توجه به مراحل مختلفی که برای تشکیل یخ طی می‌شود از جمله تبدیل مداوم برخی از فازها به یکدیگر، شبیه‌سازی CFD چنین سامانه‌هایی بسیار پیچیده است. پیچیدگی دیگر ناشی از وجود سطح واسط سیال - جامد (هوا- یخ) است که در طی یخ‌زدن تغییر شکل می‌دهد [۱۳ و ۱۰]. تا به امروز شبیه‌سازی‌های تشکیل یخ روی سطوح به‌طور سنتی بر اساس کدهای دوبعدی و شبه سه‌بعدی بر مبنای جریان پتانسیل و یا محاسبات جریان اویلری برای هوا، روش‌های ردیابی لاگرانژی برای قطرات و تجزیه و تحلیل حجم کنترل یک‌بعدی معادلات انتقال جرم و گرما انجام گرفته است [۲].

روش‌های معمول برای حل جریان‌های چند فاز بر اساس دیدگاه اویلری است [۲]. این بدان معناست که معادلات حاکم بر هر فاز در یک شبکه ثابت اویلری حل می‌شوند. در این روش‌ها، لازم است که مکان سطح واسط‌های سیال - جامد در هر گام زمانی مجدداً محاسبه و شبکه متعاقباً اصلاح شود. اگرچه این روش‌ها به‌طور گسترده‌ای بهبود یافته‌اند و از کارایی بالایی نیز بهره‌مند شده‌اند؛ اما به‌ویژه در مواجهه با مرزهای متحرک سیال - جامد هنوز با مشکلات بسیاری همراه هستند. این مشکلات شامل انتشار غیر واقعی عددی<sup>۲</sup> و هزینه‌های محاسباتی زیادی است که برای شبکه‌سازی مجدد<sup>۳</sup> مصرف می‌شود [۱۴]. هم‌چنین کارایی این روش‌ها در برخورد با مسائلی که در آن‌ها تغییر شکل‌های بزرگ وجود دارد چالش برانگیز است. در واقع این روش‌ها برای تغییرات کوچک سطح واسط مفید هستند؛ اما ممکن است برای تغییر شکل‌های بزرگ مناسب نباشند [۱۵].

برخی دیگر از روش‌ها که بر اساس دیدگاه لاگرانژی ابداع شده‌اند، مشکلات ناشی از مرزهای متحرک سیال - جامد را کمتر دارند. این روش‌ها بر اساس یک شبکه انعطاف‌پذیر (مانند روش دلخواه اویلری - لاگرانژی) یا گروهی از ذرات یا نقطه‌های محاسباتی عمل می‌کنند. روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH) یکی از اعضای دسته روش‌های ذره‌محور است. SPH به‌عنوان قدیمی‌ترین روش لاگرانژی بدون شبکه، به‌وسیله لوسی [۱۶] و هم‌چنین گینگولد و موناگان [۱۷] به‌طور جداگانه ابداع شد. این روش به‌دلیل برتری‌های

دیگر (وسایل) در هوای سرد اشاره کرد که منجر به ایجاد مشکلاتی در کارایی آن‌ها می‌شود [۴ و ۳]. علاوه بر این برخی قطعات داخلی تجهیزات نیز ممکن است تحت شرایطی دچار یخ‌زدگی شوند؛ از جمله مسأله یخ‌زدگی کمپرسورها که یک مسأله اساسی خصوصاً در مناطق سرد است [۵]. یک روش جلوگیری از تشکیل یخ استفاده از المان‌های حرارتی روی سطح است [۶ و ۲].

برای چندین سال است که می‌دانیم قطرات بزرگ فوق سرد<sup>۱</sup> (SLD) موجب یخ‌زدن سطوح هواپیما در هنگام پرواز هستند؛ این قطرات در واقع قطرات آب هستند که در شرایط دمایی زیر نقطه انجماد هم‌چنان به‌صورت مایع معلق در هوا هستند. قطر میانگین این ذرات معمولاً بیشتر از ۱۰ میکرومتر است [۷]. مطالعه تجربی نشست یخ ناشی از SLDها معمولاً بسیار دشوار و پرهزینه است [۹ و ۸]. این موضوع به آن دلیل است که SLDها نه به‌طور معمول در طبیعت دیده می‌شوند و نه به‌راحتی در تونل‌های باد قابل تولید هستند [۱۰]. این مسأله موجب شده است تا شبیه‌سازی به‌عنوان راه حلی اولیه و مهم برای پیش‌بینی تجمع یخ بر روی سطوح در معرض هوا قلمداد شود. به این نکته باید برتری‌های ذاتی شبیه‌سازی را نیز افزود.

میزان تشکیل یخ بر روی سطوح در ابتدا منوط به این است که چه میزان از قطرات مایع همراه با جریان هوا با سطح برخورد داشته باشند و بعد این که چه میزان از این برخوردها منجر به تشکیل یخ روی سطح شود؟ میزانی از ذرات را که با سطح برخورد می‌کنند با مؤلفه‌ای به نام بازده جمع‌آوری می‌توان بیان کرد. این میزان وابسته به این است که نیروی اینرسی چقدر بتواند قطرات را در مسیر مستقیم نگه دارد و یا این که با جریان هوا همراه شود و از اطراف سطح عبور کنند. قطرات ریز همراه‌بری بیشتری به‌وسیله هوا دارند و هرچه درشت‌تر باشند میزان اثر اینرسی بیشتر است. به‌طور کلی عدد بی بعد استوکس قطرات  $\frac{\rho_p V d_p^2}{9\mu D} = \text{عدد استوکس}$  است که یک مؤلفه مهم و تعیین‌کننده بر میزان بازده جمع‌آوری است [۱۱] در پژوهش حاضر از روش پیشنهادی رافائل و همکاران برای محاسبه بازده جمع‌آوری در دیدگاه لاگرانژی استفاده شد [۱۲].

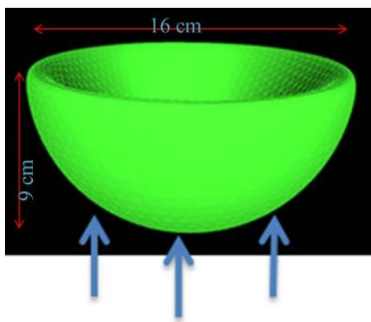
قطراتی که به سطح برخورد می‌کنند ممکن است در اثر شرایط ترمودینامیکی به یخ تبدیل شوند. وقتی یخ در حال تشکیل شدن روی سطح جامدی است که در معرض هوای مرطوب می‌باشد حداقل چهار فاز در محیط حضور دارند: فاز جامد (سطحی که یخ

2. Numerical Diffusion  
3. Remeshing

1. Supercooled Large Droplets (SLD)

با شرایطی که در آن جریان هوای حاوی SLDها با همان سرعت (V) اما در جهت مخالف با سطح جامد ساکن برخورد می‌کند معادل دانست.

ابعاد و شرایط هندسی مسأله در شکل (۱) نشان داده شده است. در نتیجه برخورد SLDها به سطح، برخی از قطرات به سطح برخورد می‌کنند. جزئی از ذرات که به سطح برخورد می‌کنند تعیین کننده مؤلفه‌ای به نام بازده جمع‌آوری سطح هستند. این قطرات ممکن است در اثر برودت و در صورتی که به اندازه آنتالپی انجماد خود گرما از دست بدهند تبدیل به یخ شوند.



جریان هوا

شکل ۱. هندسه مورد شبیه‌سازی.

ثابت شده است که هیدرودینامیک جریان حامل به دلیل غلظت کم SLDها مشابه جریان تک‌فاز پیوسته است [۲۱]. بنابراین معادلات حاکم برای جریان هوا همان معادلات بقای جرم و تکانه خطی (معادلات ناویر-استوکس با فرض رفتار نیوتونی) برای جریان تک‌فاز است. در نتیجه:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = -\nabla \cdot (\rho V_a) \quad (1)$$

$$\rho \frac{DV_a}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 V_a + \rho g \quad (2)$$

که در آن‌ها  $V_a$  بردار سرعت هوا،  $\rho$ ،  $\mu$  و  $P$  به ترتیب گرانشی، چگالی، فشار و شتاب گرانش هستند.

برای جریان تراکم‌پذیر، هر سه مؤلفه سرعت و هم‌چنین فشار و چگالی مجهول هستند، در حالی که معادلات فوق در مجموع

ذاتی آن، به‌طور گسترده‌ای برای پیش‌بینی جریان‌های سطح آزاد [۱۸ و ۱۰] و مرزهای متحرک سیال - جامد [۱۹] به کار می‌رود.

به دلیل توانایی اثبات‌شده این روش، شبیه‌سازی فرایند انجماد/ذوب به‌عنوان یک مسئله مرز متحرک سیال - جامد با استفاده از SPH انجام شده است [۲۴-۲۰]. با این حال، کارهای انجام‌شده تاکنون به شبیه‌سازی فرایند انجماد در حین ریخته‌گری قالب، تشکیل آلیاژ، پوشش‌دهی به‌وسیله اسپری و غیره اختصاص داشته است. به‌عنوان مثال موناکان و همکاران [۱۴] روش SPH را به‌منظور شبیه‌سازی انجماد سامانه‌های یک و دو جزئی (آلیاژهای باینری) استفاده کردند. اخیراً، یک رشته از مطالعات، از این روش برای پیش‌بینی دینامیک SLDها در هنگام برخورد آن‌ها با سطوح جامد استفاده کرده‌اند [۲۵ و ۱۳ و ۱۰]. با این حال، این مطالعات به بررسی رفتار هیدرودینامیکی SLDها و میزان همراهی آن‌ها به‌وسیله فاز هوا محدود بوده و فرایند تشکیل یخ (تغییر فاز) ناشی از SLDها را در نظر نگرفته‌اند. به‌عبارت دیگر در این مطالعات، معادلات بقای انرژی در نظر گرفته نشده است. مقتدرنژاد و همکاران [۲۰] نیز از SPH برای پیش‌بینی دینامیک جریان‌های کوچک مایع روی سطوح با ترشوندگی‌های متفاوت بدون در نظر گرفتن تجزیه و تحلیل حرارتی و تغییر فاز استفاده کردند.

به‌طور خلاصه، برتری روش SPH در شبیه‌سازی سطوح آزاد، حرکت مرزهای سیال - جامد و تغییر فاز در مقایسه با روش‌های کلاسیک مبتنی بر CFD ثابت شده است. اکنون زمان آن است که این موفقیت را در شرایط گسترده‌تری از جمله تشکیل و نشست یخ روی سطوح به‌عنوان یک مسئله مهندسی و کاربردی بسیار مهم و قابل اجرا گسترش داده شود. بنابراین، مطالعه حاضر به استفاده از روش SPH برای تجزیه و تحلیل هیدرودینامیکی و حرارتی چند فازی تجمع یخ ناشی از برخورد ذرات فوق سرد بر روی یک سطح جامد اختصاص یافته است. این مطالعه اولین مورد از این دست با استفاده از روش SPH است.

## ۲. شرح مسأله

یک جسم جامد با سرعت ثابت (V) به توده هوای حاوی مقدار مشخصی SLD برخورد می‌کند. از آنجایی که سرعت نسبی هوا و جسم مؤلفه تعیین‌کننده هیدرودینامیک است، می‌توان این سامانه را

$$Q_{cv} + Q_{fus} = Q_s + Q_{ice} + Q_k \quad (4)$$

که در آن  $Q_s$  نرخ حرارتی اعمال شده در سطح جسم،  $Q_k$  انرژی جنبشی ناشی از برخورد ذرات،  $Q_{ice}$  انرژی آزاد شده ناشی از انجماد،  $Q_{cv}$  انتقال انرژی به صورت جابه‌جایی و  $Q_{fus}$  انرژی جذب شده ناشی از ذوب است. برای محاسبه انتقال انرژی جابه‌جایی از رابطه معروف نیوتون  $Q_c = hA(T_s - T_a)$  استفاده شده است. برای محاسبه انرژی جنبشی نیز از رابطه  $Q_k = \frac{\dot{m}_p \cdot V^2}{2}$  بهره برده شده که در آن  $\dot{m}_p$  نرخ جرمی برخورد قطرات با سطح است. انرژی نهان انجماد نیز از رابطه  $Q_{ls} = \dot{m}_{ls} h_{ls}$  به دست می‌آید، که  $h_{ls}$  انرژی نهان تبخیر در واحد جرم است. به طور مشابه انرژی نهان ذوب از رابطه  $Q_{sl} = \dot{m}_{sl} h_{ls}$  به دست می‌آید.

همچنین اگر ذره یخ به اندازه کافی به سطح نزدیک و سرعت آن خیلی کم (نزدیک به صفر) بود، ذره به روی سطح می‌نشیند. علاوه بر این، انرژی آزاد شده در اثر تغییر فاز به دلیل این که جرم ذرات محاسباتی در روش SPH مشخص است به راحتی حساب می‌شود. بنابراین با توجه به این توضیحات از بازنویسی مدل مسینجر و برای پیاده‌سازی در روش SPH خواهیم داشت که:

$$hA(T_s - T_a) - \sum \frac{\dot{m}_p \cdot V^2}{2} - \sum \dot{m}_{ice} \cdot h_{ls} + \sum \dot{m}_{fus} \cdot h_{ls} - Q_s = 0 \quad (5)$$

علاوه بر این می‌دانیم که در هر گام زمانی اختلاف نرخ جرم قطراتی که برخورد می‌کنند و ذرات یخی که دوباره ذوب می‌شوند برابر با مقدار نرخ جرمی قطراتی است که به یخ تبدیل می‌شوند؛ یعنی:

$$\dot{m}_{ice} = \dot{m}_p - \dot{m}_{fus} \quad (6)$$

از حل دستگاه معادلات (5) و (6) میزان نرخ جرمی یخ تشکیل شده و یخ ذوب شده در هر گام زمانی به دست می‌آید.

چهار معادله را شامل می‌شوند. بنابراین، برای بستن سامانه معادلات، هنوز یک معادله دیگر لازم است. در این شرایط معادله حالت انتخاب مفیدی است. در اینجا معادله حالت برای گازهای کامل و به صورت  $PM = \rho RT$  در نظر گرفته شد که در آن  $R = 8/314 \text{ J/mol.K}$  ثابت جهانی گازها و  $T$  دمای گاز است. قطرات SLD تحت تأثیر نیروی درگ ناشی از جریان هوا قرار دارند؛ بنابراین نیروی وارد شده به هر قطره از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = \frac{C_D A \rho_f (V_a - V_d)^2}{2} \quad (3)$$

با محاسبه نیرو میزان تغییرات سرعت از رابطه  $\frac{dV_d}{dt} = \frac{F}{m_a}$  حساب می‌شود. با مشخص شدن تغییرات سرعت، مقدار سرعت در هر گام زمانی به روز رسانی می‌شود. محل ذره نیز بر مبنای سرعت به دست آمده به روز رسانی می‌شود.

همان طور که پیش تر گفته شد درحالی که ذرات SLD که همراه هوا حمل می‌شوند به سطح جامد برخورد می‌کنند برخی تغییر فاز می‌دهند و به یخ تبدیل می‌شوند. این فرایند در طول زمان اتفاق می‌افتد و در نتیجه مرز مشترک یخ (جامد) و هوا (سیال) همواره در حال تغییر شکل و جابه‌جا شدن است. برای مشخص ساختن محل مرز بین یخ تشکیل شده و هوا که در طول زمان و با نشست بیشتر یخ تغییر می‌کند نیاز است تا معادله بقای انرژی را برای این مرز استخراج و اعمال کرد.

مدل مسینجر [۲۶] توصیف کننده تبادل انرژی به هنگام برخورد قطرات/ذرات به سطح است. بر طبق این مدل وقتی که قطرات مایع به سطح جامد برخورد می‌کنند، به اندازه انرژی جنبشی خود به انرژی سامانه می‌افزایند و از انرژی خود آن‌ها کاسته می‌شود. در صورتی که این قطرات تغییر فاز دهند و به جامد تبدیل شوند نیز به اندازه آنتالپی انجماد آن‌ها، انرژی آزاد و به سامانه افزوده می‌شود. اگر سطح هم مورد گرمایش قرار گیرد انرژی خود را به سامانه آزاد می‌کند. در این مدل فرض می‌شود که انرژی‌های آزاد شده به صورت همرفت با محیط یا هدایت با سطح جسم از سامانه خارج می‌شود و یا دوباره صرف ذوب شدن یخ می‌شود. بنابراین بر طبق این مدل می‌توان رابطه زیر را به عنوان معادله انرژی در هنگام برخورد هر قطره در نظر گرفت:

## ۳. روش حل

روش‌های لاگرانژی ذره‌ای این احتمال وجود دارد که ذرات سیالی که به سرعت به مانعی فیزیکی برخورد می‌کند به‌طور غیرفیزیکی به درون مانع نفوذ کنند. این یک خطای عددی است که باید به نحوی بر آن غلبه کرد. از این موضوع با نام کنترل برخورد نام برده می‌شود. چندین دسته از روش‌ها برای کنترل برخوردها وجود دارند که از آن جمله روش‌های شتاب‌مبنا<sup>۱</sup> و روش‌های ضربه‌مبنا<sup>۲</sup> و روش‌های آینه‌ای<sup>۳</sup> را می‌توان نام برد.

در پژوهش حاضر از روش استاندارد صریح تطبیق ضربه-انعکاس استفاده شد. طبق این روش اگر ذره  $i$  به درون یک مانع نفوذ غیرفیزیکی کرده باشد مکان آن از راه تصویر آن در راستای بردار نرمال بر سطح با معادله  $r_i^{new} = r_i^{old} + dn$  اصلاح می‌شود. بردار نرمال سطح یعنی بردار واحدی است که از نقطه تماس، عمود بر سطح و به سمت بیرون است.  $d$  نیز مسافتی است که ذره درون جسم طی کرده است و عمق نفوذ نامیده می‌شود. سرعت ذره نیز طبق روش استاندارد انعکاس بردارها به‌صورت زیر اصلاح می‌شود [۲۸]:

$$u_i^{new} = u_i^{old} - (1 + C_R)(u_i^{old} \cdot n)n \quad (11)$$

که  $0 \leq C_R \leq 1$  است. وقتی که این ضریب برابر صفر باشد دقیقاً شرط عدم لغزش برقرار خواهد بود؛ یعنی مانع به‌عنوان یک جسم کاملاً غیرالاستیک عمل می‌کند. اگر  $C_R$  برابر ۱ باشد نشان‌دهنده رفتار کاملاً الاستیک است.

در جدول (۱) برخی از مهم‌ترین مؤلفه‌های به‌کار رفته برای شبیه‌سازی شامل مؤلفه‌های عددی و فیزیکی ذکر شده است.

با تغییر تعداد نقاط محاسباتی در واحد حجم و مقایسه جواب حاصل از شبیه‌سازی برای کره با نتایج پولی و والترز [۱۱] بهترین مقدار این مؤلفه (یعنی ۳۳۴۰ ذره به ازای واحد لیتر) به‌دست آمد. شعاع هموارسازی نیز برای هر شبیه‌سازی به‌گونه‌ای تعیین شد تا هر ذره به‌طور متوسط ۱۲ ذره در همسایگی خود داشته باشد [۲۸].

شروط اولیه و مرزی نیز مطابق جدول (۲) اعمال شد. مقادیر ثابت اعمال‌شده در شبیه‌سازی‌های مختلف تفاوت می‌کند که در قسمت نتایج آمده است.

روش هیدرودینامیک ذرات هموار بر مبنای میان‌یابی بر اساس انتگرال‌گیری عمل می‌کند. در این روش هر متغیر بر اساس مقادیر آن متغیر در برخی نقاط میدان حساب می‌شود. این نقاط در واقع تشکیل دهنده توده ماده هستند، دارای جرم‌اند و خواص متغیرهای میدان مانند سرعت و دما را در خود ذخیره می‌کنند. در اصطلاح به این نقاط "ذره" گفته می‌شود. این نقاط کل دامنه حل را پوشش می‌دهند. این روش بر اساس میان‌یابی است که در آن مقدار تخمینی هر متغیری مانند  $U$  در موقعیت  $r$  به صورت زیر و براساس مقادیر  $U$  برای نقاط همسایه به صورت گسسته تخمین زده می‌شود [۱۷]:

$$U(r) = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} U(r_j) W(r_j - r, h) \quad (7)$$

$h$  شعاع هموارسازی نام دارد و فاصله‌ای است که همسایگی در داخل آن تعریف می‌شود.  $W$  نیز تابع کرنل است که ویژگی‌های منحصر به فردی از جمله خاصیت فشردگی تکیه‌گاه، نرمال بودن و میل نمودن به تابع دلتای دیراک برای  $h$ های خیلی کوچک را دارد و انواع مختلفی از آن در منابع پیشنهاد شده است.

در پژوهش حاضر برای گسسته‌سازی‌های مربوط به سرعت از تابع هموارسازی پیشنهادی مولر و همکارانش [۲۷] استفاده شده که به صورت زیر است:

$$W(r, h) = \frac{15}{\pi h^6} \begin{cases} (h - |r|)^3 & 0 < |r| < h \\ 0 & |r| > h \end{cases} \quad (8)$$

مشتقات اول و دوم به‌ترتیب از روابط زیر حساب شدند:

$$\nabla U = \rho \sum_j \left( \frac{U_j}{\rho_j^2} + \frac{U}{\rho^2} \right) \cdot m_j \cdot \nabla W_{ij} \quad (9)$$

$$\nabla^2 U = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \cdot (U_j - U_i) \cdot \nabla^2 W_{ij} \quad (10)$$

یکی از سختی‌های کار با روش‌های ذره‌ای در نحوه به‌کارگیری آن‌ها برای مسائلی است که سیال با سطوح فیزیکی برخورد می‌کند. در

1. Acceleration-Based Methods  
2. Impulse-Based Methods  
3. Mirror (Projection) Methods

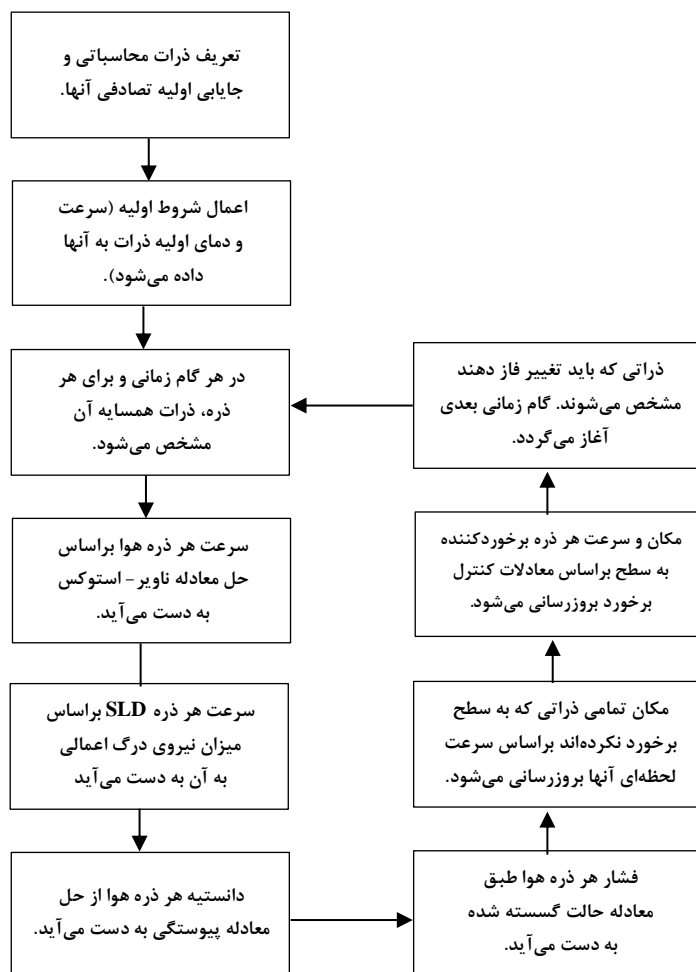
جدول ۱. مؤلفه‌های عددی مختلف به‌کار رفته در شبیه‌سازی.

مؤلفه	فاز محاسباتی	مقدار
تعداد ذره محاسباتی در هر لیتر	فاز جریان حامل	۳۳۴۰
متوسط تعداد ذرات در همسایگی	فاز جریان حامل	۱۲
جرم ذره محاسباتی (kg)	فاز جریان حامل	$3/87 \times 10^{-7}$
شعاع همسایگی (m)	فاز جریان حامل	۰/۰۰۹۵۱
چگالی (حالت آسایش) ( $kg/m^3$ )	فاز جریان حامل	۱/۲۹
گرانروی دینامیک (Pa.s)	فاز جریان حامل	$1/2 \times 10^{-5}$

جدول ۲. شروط مرزی و اولیه اعمالی در روش حل عددی.

شرط مرزی (روی دیواره جامد)	سرعت	عدم لغزش روی دیواره
	دما	شار گرمایی ثابت
شرط اولیه	سرعت	مقدار ثابت
	دما	مقدار ثابت

کد شبیه‌سازی در محیط نرم‌افزار Fluidix نوشته شد؛ این نرم‌افزار مخصوص روش‌های ذره‌محور است و بنابراین از برخی ماژول‌های پیش‌فرض نرم‌افزار نیز استفاده و مراحل پس‌پردازش نیز در همین نرم‌افزار انجام شد. از قابلیت‌های برجسته این نرم‌افزار امکان استفاده از پردازنده‌های گرافیکی (GPU) برای افزایش سرعت محاسباتی است که در این پژوهش از این قابلیت نیز استفاده شد. الگوریتم حل روش عددی نیز در شکل (۲) نمایش داده شده است.



شکل ۲. الگوریتم حل پیاده‌شده.

#### ۴. راستی آزمایشی نتایج

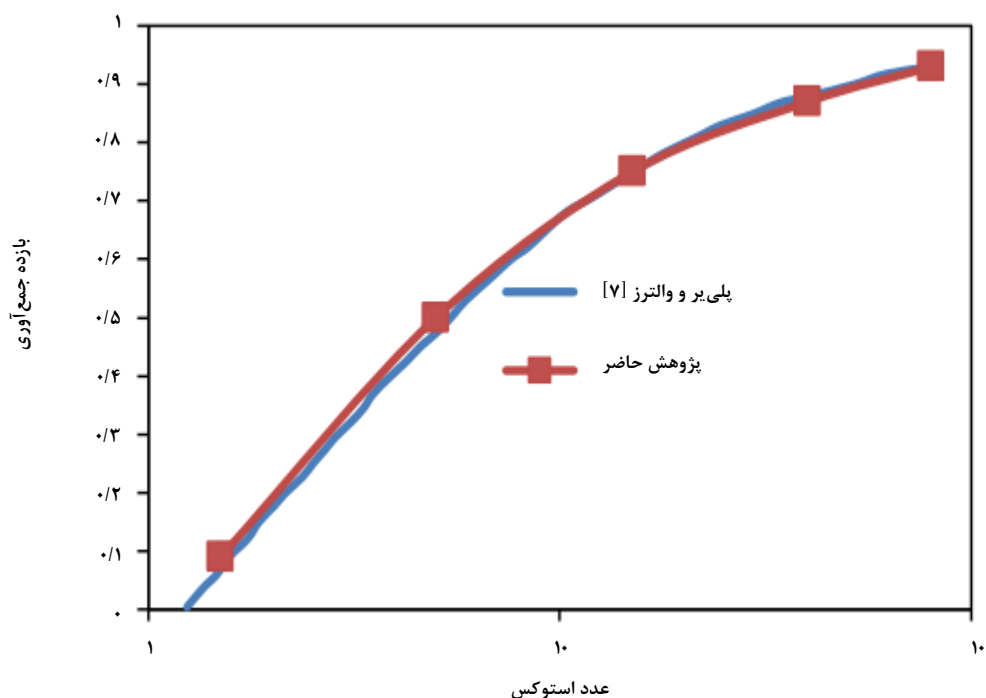
قسمت اعظم پژوهش‌هایی که در مورد تشکیل یخ روی سطوح انجام گرفته مربوط به تشکیل یخ روی ایرفویل‌ها بوده است. شرایط ایرفویل عموماً به صورتی است که جریان روی آن در هم است. همین تفاوت اساسی موجب شده است که امکان مقایسه بین نتایج پژوهش حاضر و پژوهش‌های گذشته در زمینه تشکیل یخ به راحتی وجود نداشته باشد. هم‌چنین نتایج موجود در مقالات و گزارش‌ها اغلب در مورد تشکیل یخ روی سطوح غالباً همراه با برخی از شرایط متفاوت (علی‌الخصوص شبیه‌سازی دو بعدی و حالت پایا) است. با این حال در این بخش سعی شده است تا حد امکان بین نتایج این پژوهش و پژوهش‌های پیشین مقایسه انجام گیرد.

برای بررسی صحت و دقت روش توسعه داده شده، نتایج حاصل از آن برای بازده کلی جمع‌آوری برای جریان روی کره با نتایج به دست آمده پولی و والترز [۱۱] مقایسه شد. شرایط این شبیه‌سازی به گونه‌ای است که رژیم جریان خزشی بر جریان حاکم است ( $Re = 0.3$ ). این مقایسه در شکل (۳) نشان داده شده است. در این

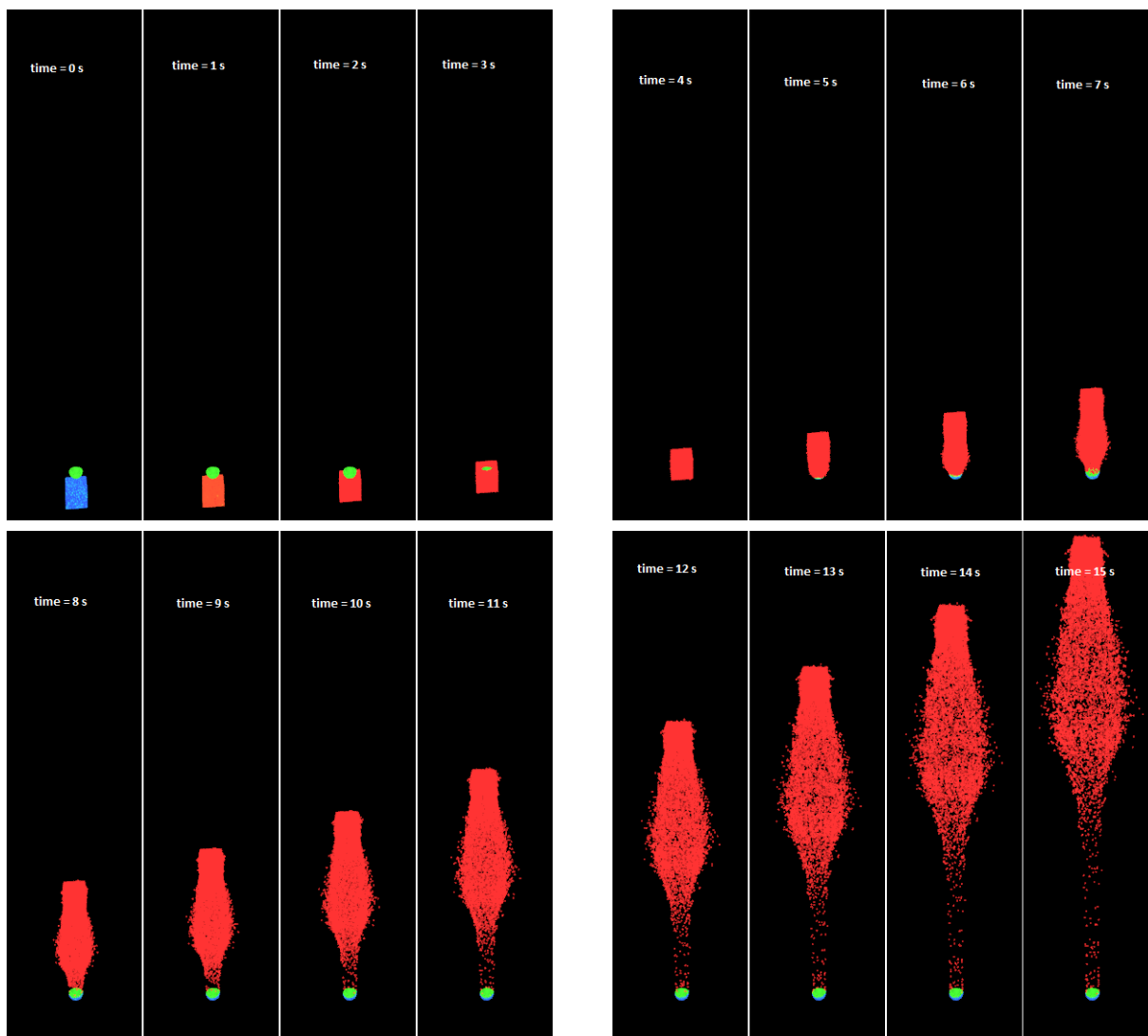
شکل مقدار بازده کلی جمع‌آوری برای اعداد مختلف استوکس گزارش شده است ( $\frac{\rho_p V d_p^2}{9\mu D} = \text{عدد استوکس}$ ) همان‌طور که مشخص است هم‌خوانی خوبی بین نتایج پژوهش حاضر و این پژوهش وجود دارد که نشان دهنده صحت و دقت مناسب روش توسعه داده شده در پژوهش حاضر است.

#### ۵. تفسیر و تحلیل نتایج

در شکل (۴) کانتورهای سرعت در زمان‌های مختلف برای یک مورد از شبیه‌سازی‌های انجام‌شده نشان داده شده است. در این مورد سرعت اولیه جریان هوا برابر با  $0.1 \text{ m/s}$  بوده است. با توجه به شکل توده جریان هوا در اثر برخورد به مانع فیزیکی تغییر جهت داده و در عین حال برخی از ذرات به سطح برخورد کرده‌اند. اثر حضور مانع فیزیکی بر تشکیل مسیر جریان حتی بعد از عبور از مانع به خوبی مشخص است.



شکل ۳. اعتبار سنجی روش به کار رفته در این پژوهش.



شکل ۴. کانتور سرعت جریان گذرنده از روی مانع فیزیکی برای یک مورد از شبیه‌سازی.

#### ۱-۵ اثر عوامل مختلف بر بازده جمع‌آوری

همان‌طور که مشخص است عوامل مختلفی بر میزان بازده جمع‌آوری سطح مؤثر است. نمودار جمع این عوامل در عدد بی بعد استوکس خلاصه شده است. در شکل (۵) نتایج شبیه‌سازی برای بازده محلی جمع‌آوری در سه میزان مختلف عدد استوکس گزارش شده است. مطابق این شکل مشخص است که میزان بازدهی محلی جمع‌آوری در مرکز جسم بیشتر و به سمت کناره‌ها کمتر می‌شود. همچنین هر عاملی که موجب افزایش عدد استوکس شود، مثل افزایش قطر قطرات یا افزایش سرعت نسبی منجر به افزایش میزان

بازده جمع‌آوری محلی می‌شود. دلیل این امر این است که با افزایش عدد استوکس میزان تمایل قطرات به حرکت در مسیر مستقیم خود بیشتر می‌شود و میزان همراهی قطرات به وسیله هوا کمتر می‌شود. در نتیجه میزان بازده جمع‌آوری کلی و محلی هر دو افزایش می‌یابد.

#### ۲-۵ اثر عوامل مختلف بر میزان تشکیل یخ

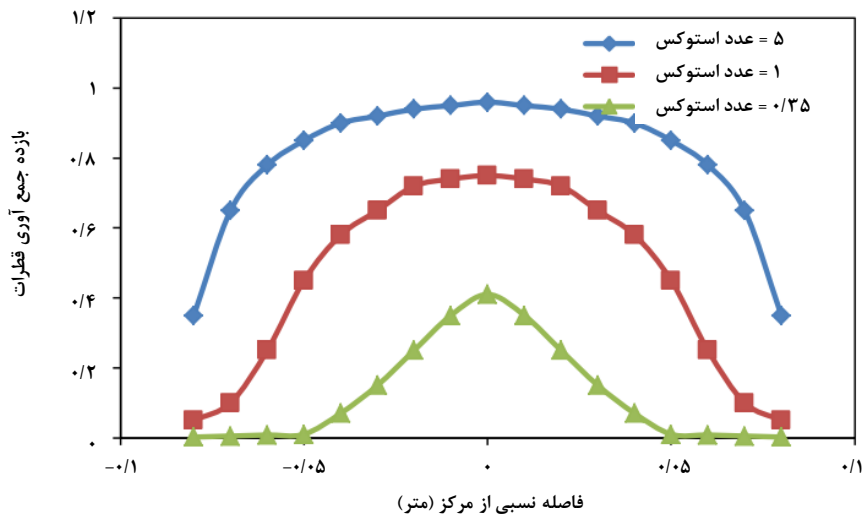
همان‌طور که بیان شد بسته به شرایط انتقال حرارت بخشی از قطراتی که به سطح برخورد کرده‌اند ممکن است دوباره به مایع تبدیل شوند. میزان متوسط جزء جرمی قطرات که دوباره مایع



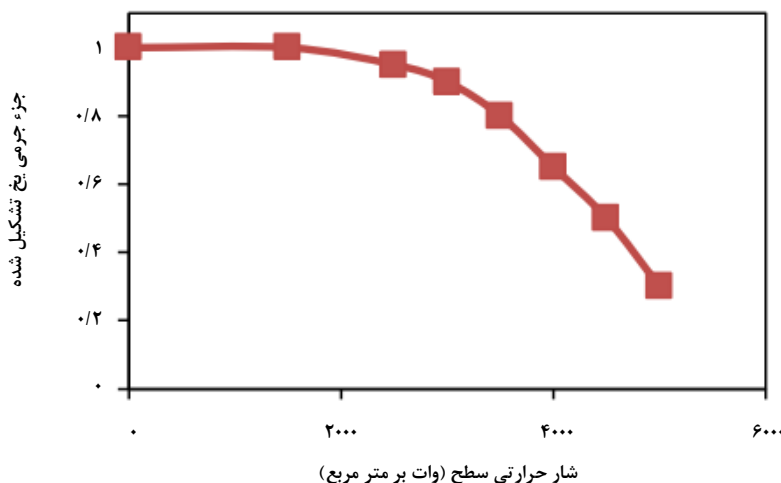
این شار حرارتی را نداشته است. این مؤلفه در واقع نشان دهنده درصد کلی از قطرات است که به صورت یخ در هر قسمت از جسم تشکیل شده است.

برای بررسی دقیق تر نحوه تشکیل یخ روی سطح، میزان جزء یخ تشکیل شده در نقاط مختلف سطح محاسبه و در شکل (۷) نشان داده شده است. برای این دسته از شبیه سازی ها میزان شار حرارتی سطح ۴۵۰۰ وات بر مترمربع بوده است. منظور از جزء یخ تشکیل شده کسری از قطرات برخورد کرده با سطح است که به صورت یخ روی سطح شکل گرفته اند.

می شوند بستگی به میزان شار حرارتی سطح دارد. در شکل (۶) میزان متوسط جزء جرمی قطرات که به صورت یخ روی سطح باقی مانده اند، در شارهای گرمایی مختلف سطح برای وقتی که عدد استوکس برابر با ۳ بوده است نشان داده شده است. همان طور که از شکل مشخص است افزایش شار گرمایی تا حد مشخصی (حدود ۲۵۰۰ وات بر مترمربع) تأثیر چندانی بر کاهش جزء یخ تشکیل شده نداشته است. دلیل این امر در واقع این است که میزان این شار به وسیله سازوکارهای انتقال حرارت موجود در سامانه خنثی شده است؛ اما بعد از این مقدار با افزایش شار میزان یخ تشکیل شده کاهش می یابد؛ چرا که انتقال حرارت جابه جایی توانایی خنثی کردن



شکل ۵. اثر عدد استوکس و فاصله نسبی از مرکز جسم بر میزان بازده محلی جمع آوری.



شکل ۶. درصد یخ تشکیل شده روی سطح در سرعت های نسبی مختلف بین هوا و مانع فیزیکی.

مشاهده شد که جزء جرمی یخ تشکیل شده که در واقع کسر ذراتی است که برخورد کرده و تبدیل به یخ شده‌اند با افزایش شار حرارتی سطح کاهش می‌یابد. جزء جرمی یخ تشکیل شده نیز در مرکز بیشتر و در کناره‌ها کمتر است. بازده کلی تجمع یخ نیز که در واقع حاصل ضرب بازده جمع‌آوری و جزء جرمی یخ تشکیل شده است، در وسط بیشتر و در کناره‌ها کمتر است.

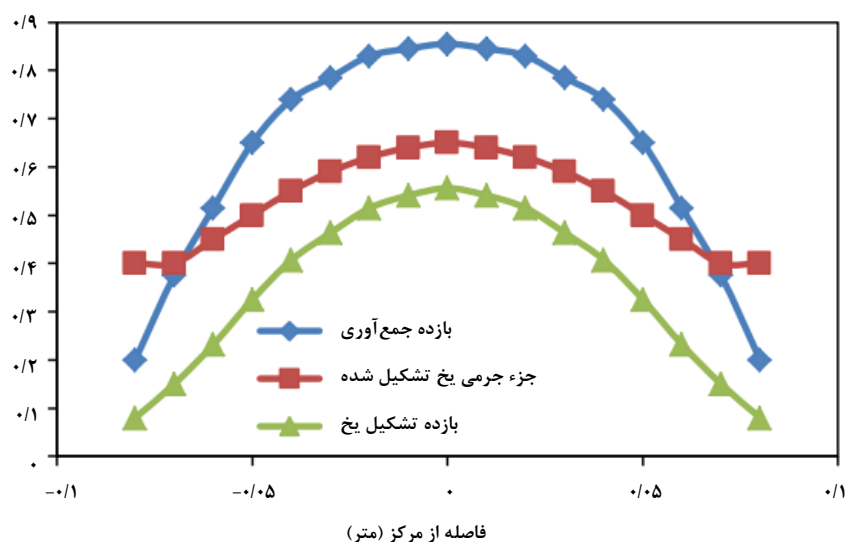
### مراجع

- [1] Heinrich, A., Ross, R., Zumwalt, G., Provorse, J., Padmanabhan, V., Aircraft Icing Handbook. 1<sup>st</sup> edition, Volume 2., Gates Learjet Corp Wichita KS, Lower Hutt, pp. 24-39 (1991).
- [2] Habashi, W. G., "Recent advances in CFD for in-flight icing simulations", Japan Society of Fluid Mechanics, 28(2), pp. 99-118 (2009).
- [3] Farzaneh, M., "Ice accretions on high-voltage conductors and insulators and related phenomena", Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences., 358(1776), pp. 2971-3005, (2000).
- [4] Hirata, T., Nagasaka, K., Ishikawa, M., "Crystal ice formation of solution and its removal phenomena at cooled horizontal solid surface: Part I: Ice removal phenomena", International journal of heat and mass transfer, 43(3), pp. 333-339, (2000)

هم‌زمان میزان بازده جمع‌آوری سطح نیز در همان شکل نمایش داده شده است. همان‌طور که مشخص است در نقاط مرکزی که بازده جمع‌آوری ذرات بیشتر بوده است میزان جزء یخ تشکیل شده نیز بیشتر است و این مقدار به سمت کناره‌ها کمتر می‌شود. در واقع در نقاطی که میزان بیشتری از ذرات برخورد داشته‌اند، به دلیل تجمع ذرات سرد، توانمندی شار حرارتی در حذف یخ کمتر بوده و نسبت بیشتری از ذرات نیز به صورت یخ تشکیل شده‌اند. در همین شکل بازده کلی تشکیل یخ نیز که در واقع حاصل ضرب بازده جمع‌آوری و جزء یخ تشکیل شده است، نشان داده شده است.

### ۶. نتیجه‌گیری کلی

در طی این پژوهش توانمندی روش دینامیک ذرات هموار در شبیه‌سازی فرایند تشکیل یخ ناشی از برخورد قطرات SLD به یک مانع فیزیکی بررسی شد. همان‌طور که انتظار می‌رفت برتری ذاتی این روش در شبیه‌سازی مرزهای متحرک جامد-سیال در کارایی این روش برای شبیه‌سازی این مسأله نیز مشاهده شد. اعتبارسنجی روش از راه مقایسه میزان بازده جمع‌آوری محلی حاصل از برخورد جریان با کره با داده‌های موجود در منابع انجام شد. مشاهده شد که بازده جمع‌آوری در مرکز جسم بیشتر و در کناره‌ها کمتر است. با تغییر عدد استوکس مشاهده شد که افزایش آن منجر به افزایش بازده جمع‌آوری کلی و محلی در هر نقطه می‌شود. هم‌چنین



شکل ۷. نرخ تشکیل یخ روی سطح در سرعت‌های نسبی مختلف بین هوا و مانع فیزیکی.

- [5] Hayashi, R., Yamamoto, M., "Numerical Simulation on Ice Shedding Phenomena in Turbomachinery." *International Journal of Energy and Power Engineering*, pp. 45-53, (2015).
- [6] Silva, G. A. L. d., Silveiras, O. D. M., Zerbini, E. J. D. G. J., "Numerical simulation of airfoil thermal anti-ice operation, part 2: implementation and results", *Journal of aircraft*, 44(2), pp. 634-641, (2007).
- [7] Politovich, M. K., "Aircraft icing caused by large supercooled droplets", *Journal of Applied Meteorology*, 28(9), pp. 856-868, (1989).
- [8] Flemming, R. J., Britton, R. K., Bond. T. H., "Model rotor icing tests in the NASA" Lewis Icing Research Tunnel. (1991).
- [9] Fortin, G., Perron J., "Spinning rotor blade tests in icing wind tunnel", in 1st AIAA Atmospheric and Space Environments Conference, p. 4260, (2009).
- [10] Cui, X., Bakkar, A., Habashi, W. G., "A multiphase SPH framework for supercooled large droplets dynamics", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, pp. 101-115, (2019).
- [11] Pulley, R., Walters, J., "The effect of interception on particle collection by spheres and cylinders", *Journal of aerosol science*, 21(6), pp. 733-743, (1990).
- [12] Da Silveira, R. A., Maliska, C. R., Estivam, D. A., Mendes, R., "Evaluation of collection efficiency methods for icing analysis", in *Proceedings of 17th International Congress of Mechanical Engineering*. (2003).
- [13] Abdollahi, V., Habashi, W. G., Fossati, M., "Multi-phase smoothed particle hydrodynamics modeling of supercooled large droplet dynamics for in-flight icing conditions", *Aerospace Science and Technology*, 82, pp. 252-261, (2018).
- [14] Liu, G. R., Liu M. B., *Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method*. World scientific. Singapore, pp. 110-140, (2003)
- [15] Tezduyar, T. "Interface-tracking and interface-capturing techniques for computation of moving boundaries and interfaces", in *Proceedings of the Fifth World Congress on Computational Mechanics*, (2002).
- [16] Lucy, L. B., "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", *The astronomical journal*, 82, pp. 1013-1024, (1977).
- [17] Gingold, R. A., Monaghan J. J., "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", *Monthly notices of the royal astronomical society*, 181(3), pp. 375-389, (1977).
- [18] Marrone, S., Antuono, M. A. G. D., Colagrossi, A., Colicchio, G., Le Touzé, D., Graziani, G., " $\delta$ -SPH model for simulating violent impact flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(13-16), pp. 1526-1542, (2011).
- [19] Kamyabi, M., Ramazani, A., Kamyabi, A., "Transient Analysis of Falling Cylinder in Non-Newtonian Fluids: Further Opportunity to Employ the Benefits of SPH Method in Fluid-Structure Problems", *Chemical Product and Process Modeling*, 12(1), pp. 29-39 (2017).
- [20] Farrokhpanah, A., Bussmann M., Mostaghimi, J., "New smoothed particle hydrodynamics (SPH) formulation for modeling heat conduction with solidification and melting", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 71(4), pp. 299-312, (2017).
- [21] Monaghan, J. J., Huppert, H. E., Worster M. G., "Solidification using smoothed particle hydrodynamics", *Journal of Computational Physics*, 206(2), pp. 684-705, (2005).
- [22] Cleary, P. W., "Extension of SPH to predict feeding, freezing and defect creation in low pressure die casting", *Applied Mathematical Modelling*, 34(11), pp. 3189-3201, (2010).
- [23] Alexiadis, A., Ghaybeh, S., Qiao, G., "Natural convection and solidification of phase-change materials in circular pipes: A SPH approach", *Computational Materials Science*, 150, pp. 475-483, (2018).
- [24] Zhang, M., Zhang, H., Zheng, L., "Numerical investigation of substrate melting and deformation during thermal spray coating by SPH method", *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, 29(1), pp. 55-68, (2009).
- [25] Abdollahi, V., Habashi, W. G., Fossati, M., "Hybrid quasi molecular-continuum modeling of supercooled large droplet dynamics for in-flight icing conditions", in *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 0061, (2016).
- [26] Messenger, B. L., "Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of air speed", *Journal of the aeronautical sciences*, 20(1), pp. 29-42, (1953).
- [27] Müller, M., Charypar, D., Gross, M., "Particle-based fluid simulation for interactive applications", in *Proceedings of the symposium on Computer animation*, pp. 154-159, (2003).
- [28] Kelager, M., *Lagrangian fluid dynamics using smoothed particle hydrodynamics*. University of Copenhagen: Department of Computer Science, (2006).