

# بهینه‌سازی مبدل حرارتی فشرده به منظور کمینه‌سازی تولید آنتروپی با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی

بصیر ملکی<sup>۱</sup>، سید سیامک اشرف طالش<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری مهندسی شیمی، دانشگاه گیلان

۲- دانشیار مهندسی شیمی، دانشگاه گیلان

پیام نگار: s\_ashraf@guilan.ac.ir

## چکیده

با توجه به اهمیت مبدل‌های حرارتی در واحدهای عملیاتی، در این پژوهش از الگوریتم تکامل تفاضلی (DE) برای بهینه‌سازی مبدل حرارتی فشرده با هدف کمینه‌سازی تعداد واحدهای تولید آنتروپی استفاده شده است. تعداد واحدهای تولید آنتروپی کل حرارتی و فشاری در مبدل حرارتی به‌عنوان تابع هدف و شش متغیر تصمیم‌گیری شامل طول مبدل، بسامد پره، طول پره، تعداد لایه‌های عبور جریان در پره آفست، ارتفاع پره و ضخامت پره با مجموعه‌ای از قیدها، در نظر گرفته شده است. نتایج به‌دست‌آمده از بهینه‌سازی با الگوریتم تکامل تفاضلی، با دو روش الگوریتم ژنتیک (GA) و تجمع ذرات (PSO)، مقایسه و اعتبارسنجی شد. میزان این الگوریتم در کمینه‌سازی تولید آنتروپی (به میزان ۱/۵ و ۱۷/۶ درصد در مقایسه با روش تجمع ذرات و الگوریتم ژنتیک) نشان از توانایی بالای روش تکامل تفاضلی برای بهینه‌سازی مبدل‌های حرارتی فشرده دارد. همچنین، تأثیر تغییرات مؤلفه‌های کنترلی در الگوریتم تکامل تفاضلی بر هم‌گرایی و نیز میزان بهینه‌سازی تابع هدف بررسی شده است.

تاریخ دریافت: ۹۹/۰۶/۰۲

تاریخ پذیرش: ۹۹/۰۷/۱۸

شماره صفحات: ۴۹ تا ۶۲

**کلیدواژه‌ها:** بهینه‌سازی، الگوریتم تکامل تفاضلی، مبدل حرارتی فشرده، تولید آنتروپی

## ۱. مقدمه

مبدل‌های حرارتی از جمله تجهیزات هستند که امکان انتقال حرارت را میان چندین سیال فراهم می‌سازند. مبدل حرارتی فشرده، یکی از انواع مبدل‌هایی است که استفاده چشمگیری در صنعت دارد؛ این مبدل از چندین صفحه موازی (به‌عنوان صفحات جداکننده<sup>۱</sup>) تشکیل شده است؛ صفحات جداکننده از راه پره‌هایی<sup>۲</sup> که دارای

شکل و هندسه متفاوتی هستند، به همدیگر متصل شده‌اند. در واقع این مسیرهای پره‌دار، به‌عنوان مسیرهای جریان عبوری<sup>۳</sup> از مبدل در نظر گرفته می‌شوند [۱]. این نوع مبدل، به‌دلیل دارا بودن حجم و وزن پایین، بازده حرارتی بالا و توانایی چندجریانه، به‌طور گسترده‌ای در صنایع خودرو، میکروتوربین‌ها، کرایونیک<sup>۴</sup> و واحدهای شیمیایی استفاده می‌شود [۲ و ۳]. معمولاً پره‌های به‌کار رفته در مبدل‌های فشرده از نوع سوراخ‌دار، آفست، موجی‌شکل و میله‌ای هستند.

\* رشت، دانشگاه گیلان، دانشکده فنی، گروه مهندسی شیمی

1. Separating Sheet  
2. Fins

3. Sidebars  
4. Cryogenics

پره‌های آفست<sup>۱</sup>، به دلیل انقطاع لایه مرزی و در نتیجه ممکن نبودن رشد آن، موجب افزایش در ضریب انتقال حرارت می‌شوند. بنابراین، پره‌های آفست نسبت به دیگر پره‌های هم سطح، دارای کارایی حرارتی بالاتری هستند [۴]. مطالعات زیادی به منظور طراحی بهینه این واحد عملیاتی انجام شده است. در این روش‌ها، مؤلفه‌های هندسی و عملیاتی به‌گونه‌ای انتخاب می‌شوند که دمای خروجی، بار حرارتی و افت فشار به مقادیر مورد نظر برسند. بازده حرارتی بالای این پره‌ها، ناشی از اختلاف دمای ایجاد شده در مسیر پره‌ها، بین جریان سیال و گرادبان فشار بالا است. بنابراین دست‌یابی به رابطه‌ای برای کاهش تولید آنتروپی حرارتی و فشاری ضروری است. از تحلیل‌های مبتنی بر قانون دوم ترمودینامیک برای حصول به این روابط استفاده می‌شود [۵].

بهینه‌سازی ترمودینامیکی یک سامانه واقعی، بر اساس قانون دوم ترمودینامیک استوار است. در ارزیابی عملکرد حرارتی سامانه واقعی، کاهش تولید آنتروپی<sup>۲</sup> به‌عنوان معیاری برای تجزیه بهینه مطرح می‌شود. همچنین تولید آنتروپی به‌عنوان شاخصی از برگشت‌ناپذیری‌ها تعریف می‌شود که ناشی از اختلاف دما و ایجاد اصطکاک سیال طی عملیات مبدل حرارتی است. بنابراین در مبدل‌های حرارتی فشرده، کار و گرمای از دست رفته، مستقیماً به‌عنوان تولید آنتروپی مطرح می‌شود. بیان این برگشت‌ناپذیری‌ها که به دلیل کار و گرمای از دست رفته است، تعداد واحدهای تولید آنتروپی را معرفی می‌کند [۷].

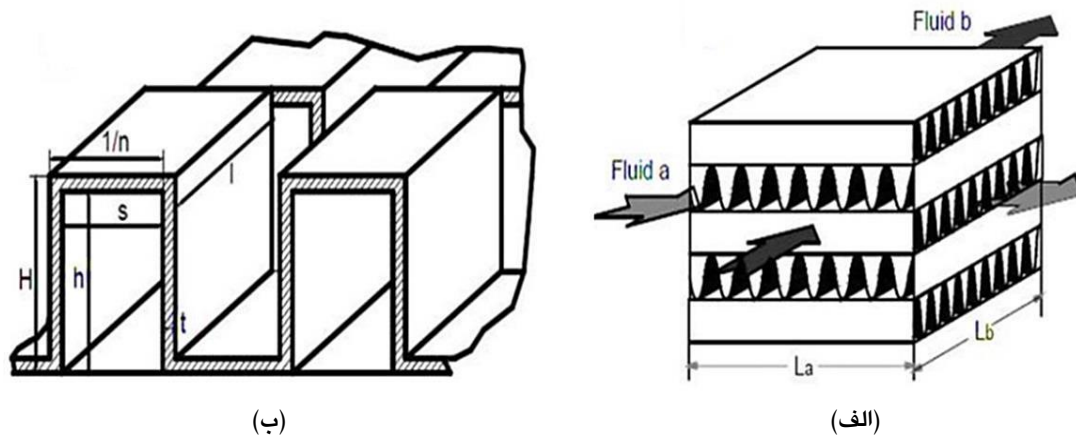
روش کمینه‌سازی تولید آنتروپی ابتدا به‌وسیلهٔ بجان<sup>۳</sup> [۸] به‌عنوان یک روش بهینه‌سازی برای مبدل‌های حرارتی مطرح شد. با توجه به اهمیت زیاد این واحد عملیاتی در صنعت، محققانی دیگر از جمله رائو و پاتل<sup>۴</sup> [۶]، وارگاس<sup>۵</sup> [۹]، کولهام و موزیچکی<sup>۶</sup> [۱۰] از روش الگوریتم ژنتیک به‌منظور بهینه‌سازی و بررسی شرایط کمینه‌سازی تولید آنتروپی در مبدل‌های حرارتی فشرده بهره‌گرفتند. میشرای و همکاران<sup>۷</sup> [۳] از الگوریتم ژنتیک به‌منظور بهینه‌سازی مبدل حرارتی فشرده برای کمینه‌سازی تعداد واحدهای تولید آنتروپی استفاده کردند. همچنین میشرای و همکاران [۱۱] در مطالعه‌ای دیگر،

## ۲. الگوسازی حرارتی مبدل فشرده

الگوسازی یک مبدل حرارتی فشرده، شامل مجموعه‌ای از لایه‌های مختلف پره‌ها و صفحات جداکننده است. شکل (۱) - الف و ب) به ترتیب طرحواره‌ای از مبدل حرارتی فشردهٔ جریان متقاطع و پره‌های آفست با سطح مقطع مستطیلی را نشان می‌دهد [۶].

1. Offset-Strip Fin
2. Entropy Generation Minimization (EGM)
3. Bejan
4. Rao, & Patel
5. Vargas
6. Culham & Muzychky
7. Mishra and et al

8. Peng and et al
9. Wen et al
10. Du et al
11. Turgut



شکل ۱. (الف) مبدل حرارتی فشرده جریان متقاطع (ب) پره آفست استریپ [۳].

$$Q = m_a C_{pa}(T_{a1} - T_{a2}) = m_b C_{pb}(T_{b1} - T_{b2}) \quad (1)$$

$$Q_{max} = C_{min}(T_{a1} - T_{b1}) \quad (2)$$

حداکثر بازده حرارتی، در مبدل‌ها برابر است با:

$$\varepsilon = \frac{Q}{Q_{max}} = \frac{C_a(T_{a1} - T_{a2})}{C_{min}(T_{a1} - T_{b1})} = \frac{C_b(T_{b2} - T_{b1})}{C_{min}(T_{a1} - T_{b1})} \quad (3)$$

بنابراین دماهای خروجی برای دو سیال a و b از معادلات (۴) و (۵) حساب می‌شود:

$$T_{a2} = T_{a1} - \varepsilon \frac{C_{min}}{C_a}(T_{a1} - T_{b1}) \quad (4)$$

$$T_{b,2} = T_{b1} + \varepsilon \frac{C_{min}}{C_b}(T_{a1} - T_{b1}) \quad (5)$$

طبق معادله (۶) برای محاسبه  $\varepsilon$  در مبدل‌های حرارتی جریان متقاطع با دو جریان مخلوط نشده، می‌توان از تعداد واحدهای انتقال حرارت (NTU) استفاده کرد [۶]:

$$\varepsilon = 1 - \exp\left[\left(\frac{1}{CR}\right)NTU^{0.23}\{ \exp(-CR \cdot NTU^{0.78}) - 1\}\right] \quad (6)$$

در این نوع مبدل، حرارت از سیال گرم به سیال سرد و از راه جریان گاز منتقل می‌شود. الگوسازی ترموهیدرولیکی<sup>۱</sup> بر اساس ۶ فرض زیر انجام شده است [۱۱]:

۱. تغییرات خواص فیزیکی سیال با دما ناچیز در نظر گرفته می‌شود.

۲. مبدل حرارتی، پایا<sup>۲</sup> در نظر گرفته می‌شود.

۳. توزیع ضریب انتقال حرارت<sup>۳</sup>، در کل سطح مبدل یکنواخت است.

۴. مقاومت حرارتی<sup>۴</sup> مربوط به صفحه جداکننده بین دو جریان قابل چشم‌پوشی است.

۵. پره‌های آفست با خصوصیات یکسان برای دو سمت سیال به کار گرفته می‌شود.

۶. تعداد لایه‌های پره در سمت سیال b یک واحد از سیال a، بیشتر است ( $N_b = N_a + 1$ ).

## ۱-۲ طراحی حرارتی مبدل

در مقاله حاضر، از روش  $\varepsilon$ -NTU برای تخمین نرخ انتقال حرارت و سطح لازم در بار حرارتی معین، استفاده شده است. موازنه حرارتی میان جریان‌های سیال، با معادلات (۱) و (۲) حساب می‌شود [۶]:

1. Thermo-Hydrolics
2. Steady State
3. Heat Transfer Coefficient Distribution
4. Thermal Resistance

$$j = St Pr^{2/3} = \frac{h}{G C_p} Pr^{2/3} \quad (14)$$

که در رابطه (۶)، مقدار  $NTU$  برابر خواهد بود با:

بنابراین تعداد واحدهای انتقال حرارت ( $NTU$ ) به صورت معادله (۱۵) به دست می آید:

$$\frac{1}{NTU} = \frac{C_{min}}{UA} = C_{min} \left[ \frac{1}{j_a m_a C_{p,a} Pr_a^{2/3} A_a} + \frac{1}{j_b m_b C_{p,b} Pr_b^{2/3} A_b} \right] \quad (15)$$

با توجه به ابعاد مبدل حرارتی صفحه‌ای پره‌دار، قطر هیدرولیکی ( $d_h$ ) به صورت معادله (۱۶) حساب می‌شود [۱۷]:

$$d_h = \frac{2(s-t)(H-t)}{s + (H-t) + \left( \frac{(H-t)t}{l} \right)} \quad (16)$$

که در آن مقدار  $S$  برابر خواهد بود با:

$$s = \left( \frac{1}{n} - t \right) \quad (17)$$

طول مبدل در سمت سیال  $a$  ( $L_a$ )، طول مبدل در سمت سیال  $b$  ( $L_b$ )، ضخامت پره ( $t$ )، تعداد لایه‌ها برای سیال‌های ورودی و خروجی ( $N_b, N_a$ )، ارتفاع پره ( $H$ )، تعداد پره‌ها به ازای یک متر ( $n$ ) و طول فین ( $l$ ) هستند. با توجه به مقدار قطر هیدرولیکی<sup>۳</sup> می‌توان مقدار عدد رینولدز<sup>۴</sup> را به صورت معادله (۱۸) حساب کرد:

$$Re = \frac{G d_h}{\mu} = \frac{m d_h}{A_{ff} \mu} \quad (18)$$

در نتیجه با داشتن مقدار عدد رینولدز، مقدار ضریب اصطکاک<sup>۵</sup> و ضریب کلبورن<sup>۶</sup> قابل محاسبه است. مقدار ضریب اصطکاک و ضریب عدد کلبورن برای رینولدزهای کوچک‌تر از ۱۵۰۰ برابر خواهد بود با [۶]:

$$f = 8.12 Re^{-0.74} \left( \frac{l}{d_h} \right)^{-0.41} \left( \frac{s}{(H-t)} \right)^{-0.02} \quad (19)$$

$$\frac{1}{NTU} = \frac{C_{min}}{UA} = C_{min} \left[ \frac{1}{(hA)_a} + \frac{1}{(hA)_b} \right] \quad (7)$$

و در این رابطه مقدار  $CR$  به صورت نسبت ظرفیت ویژه<sup>۱</sup> کمینه به ظرفیت ویژه<sup>۲</sup> بیشینه بیان می‌شود؛ به عبارت دیگر می‌توان آن را به صورت معادله (۸) تعریف کرد:

$$CR = \frac{C_{min}}{C_{max}} \quad (8)$$

در محاسبه میزان انتقال حرارت تبدلی، باید سطوح جریان آزاد<sup>۲</sup> و انتقال حرارت حساب شود. معادلات (۹) و (۱۰) برای محاسبه سطوح جریان آزاد ( $A_{ff}$ ) هر یک از سیالات استفاده می‌شود [۶]:

$$A_{ff,a} = (H_a - t_a)(1 - n_a t_a) L_b N_a \quad (9)$$

$$A_{ff,b} = (H_b - t_b)(1 - n_b t_b) L_a N_b \quad (10)$$

محاسبه سطح انتقال حرارت برای هر سیال از معادلات (۱۱) و (۱۲) به دست می‌آید:

$$A_a = L_a L_b N_a [1 + \{2n_a(H_a - t_a)\}] \quad (11)$$

$$A_b = L_a L_b N_b [1 + \{2n_b(H_b - t_b)\}] \quad (12)$$

بنابراین سطح کلی انتقال حرارت برابر مبدل حرارتی برابر خواهد بود با:

$$A = A_a + A_b = L_a L_b N_a [1 + \{2n_a(H_a - t_a)\}] + L_a L_b N_b [1 + \{2n_b(H_b - t_b)\}] \quad (13)$$

بر اساس فاکتور کلبورن، ضریب انتقال حرارت ( $h$ ) به صورت معادله (۱۴) بیان می‌شود [۳]:

1. Specific Capacity Ratio
2. Free Flow

3. Hydraulic Diameter
4. Reynolds Number
5. Friction Coefficient
6. Calborne Coefficient

تحقیق‌های بجان، مقدار تولید آنتروپی کل در مبدل‌های صفحه‌ای پره‌دار با وجود آنتروپی دمایی و فشاری رخ می‌دهد و به صورت معادلات (۲۸) تا (۳۰) قابل بیان هستند [۸]:

$$\dot{S} = S_{\Delta T} + S_{\Delta P} \quad (28)$$

$$S_{\Delta T} = \left[ m_a c_{pa} \ln \left( \frac{T_{a2}}{T_{a1}} \right) + m_b c_{pb} \ln \left( \frac{T_{b2}}{T_{b1}} \right) \right] \quad (29)$$

$$S_{\Delta P} = \left[ -m_a R_a \ln \left( \frac{P_{a2}}{P_{a1}} \right) - m_b R_b \ln \left( \frac{P_{b2}}{P_{b1}} \right) \right] \quad (30)$$

با مرتب‌سازی روابط (۲۸) تا (۳۰)، مقدار نرخ آنتروپی تولیدی به صورت رابطه (۳۱) حساب می‌شود [۳]:

$$\dot{S} = C_a \left[ \ln \left( 1 - \varepsilon \frac{C_{min}}{C_a} \left( 1 - \frac{T_{b1}}{T_{a1}} \right) \right) - \frac{R_a}{C_{pa}} \ln \left( 1 - \frac{\Delta P_a}{P_{a1}} \right) \right] + C_b \left[ \ln \left( 1 + \varepsilon \frac{C_{min}}{C_b} \left( \frac{T_{a1}}{T_{b1}} - 1 \right) \right) - \frac{R_b}{C_{pb}} \ln \left( 1 - \frac{\Delta P_b}{P_{b1}} \right) \right] \quad (31)$$

در بهینه‌سازی ترمودینامیکی، باید آنتروپی تولیدی را از راه بیشترین مقدار  $m.C_p$  بین دو جریان ( $C_{max}$ )، به حالت بدون بعد رساند. بنابراین، تعداد واحدهای آنتروپی تولیدی نیز با معادله (۳۲) حساب می‌شود:

$$N_s = \frac{\dot{S}}{C_{max}} \quad (32)$$

بنابراین، رابطه کلی تعداد واحدهای آنتروپی تولیدی به صورت معادله (۳۳) به دست می‌آید:

$$N_s = \frac{C_a}{C_{max}} \left[ \ln \left( 1 - \varepsilon \frac{C_{min}}{C_a} \left( 1 - \frac{T_{b1}}{T_{a1}} \right) \right) - \frac{R_a}{C_{pa}} \ln \left( 1 - \frac{\Delta P_a}{P_{a1}} \right) \right] + \frac{C_b}{C_{max}} \left[ \ln \left( 1 + \varepsilon \frac{C_{min}}{C_b} \left( \frac{T_{a1}}{T_{b1}} - 1 \right) \right) - \frac{R_b}{C_{pb}} \ln \left( 1 - \frac{\Delta P_b}{P_{b1}} \right) \right] \quad (33)$$

هدف اصلی در مطالعه حاضر، کاهش تعداد واحدهای آنتروپی تولیدی است؛ لذا، باید تابع هدف به گونه‌ای بهینه شود تا تأثیر قیدها<sup>۱</sup> نیز مشخص شود. برای این کار، باید یک تابع پناالتی<sup>۲</sup> به تابع

1. Constraints  
2. Penalty Function

$$j = 0.53 Re^{-0.5} \left( \frac{l}{d_h} \right)^{-0.15} \left( \frac{s}{(H-t)} \right)^{-0.14} \quad (20)$$

این مقادیر برای رینولدزهای بزرگ‌تر از ۱۵۰۰ به صورت معادلات (۲۱) و (۲۲) حساب می‌شوند:

$$f = 1.12 Re^{-0.36} \left( \frac{l}{d_h} \right)^{-0.65} \left( \frac{t}{d_h} \right)^{0.17} \quad (21)$$

$$j = 0.21 Re^{-0.4} \left( \frac{l}{d_h} \right)^{-0.24} \left( \frac{t}{d_h} \right)^{0.02} \quad (22)$$

بنابراین با داشتن مقدار ضریب اصطکاک از روابط (۱۹) و (۲۱)، می‌توان افت فشار ایجادشده برای هر یک از سیالات را به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) حساب کرد [۱۸]:

$$\Delta P_a = \frac{4f_a L_a G_a^2}{2\rho_a d_{ha}} = \frac{2f_a m_a^2}{\rho_a} \frac{L_a}{d_{ha} L_b^2 N_b^2 (H_a - t_a)^2 (1 - n_a t_a)^2} \quad (23)$$

$$\Delta P_b = \frac{4f_b L_b G_b^2}{2\rho_b d_{hb}} = \frac{2f_b m_b^2}{\rho_b} \frac{L_b}{d_{hb} L_a^2 N_a^2 (H_b - t_b)^2 (1 - n_b t_b)^2} \quad (24)$$

از طرفی مقدار فشار خروجی در هردو سیال به صورت معادلات (۲۵) و (۲۶) به دست می‌آید [۳]:

$$P_{a2} = P_{a1} - (P_{a1} - P_{a2}) = P_{a1} - \Delta P_a \quad (25)$$

$$P_{b2} = P_{b1} - (P_{b1} - P_{b2}) = P_{b1} - \Delta P_b \quad (26)$$

به علاوه، نرخ انتقال حرارت در نظر گرفته شده از معادله (۲۷) به دست می‌آید:

$$Q_h = \varepsilon C_{min} (T_{a1} - T_{b1}) \quad (27)$$

## ۲-۲ کمینه‌سازی تعداد واحدهای آنتروپی تولیدی

مفهوم کمینه‌سازی آنتروپی را بجان مطرح کرد؛ بر اساس

$$\omega_i = \alpha + F\beta \quad (36)$$

که در آن  $\omega_i$ ، عنصر  $i$  ام از جمعیت جهش یافته است.  $\alpha$  بردار پایه یا هدف،  $F$ ، فاکتور مقیاس و  $\beta$ ، ترم تفاضلی نامیده می‌شود. ترم تفاضلی به صورت اختلاف دو بردار که تصادفی  $\beta = xk - xp$  انتخاب شده‌اند، تعریف می‌شود. بردار هدف نیز به صورت تصادفی انتخاب می‌شود [20]. فاکتور مقیاس معمولاً مقداری بین 0 تا 1 در نظر گرفته می‌شود [20].

### ۳-۳ تقاطع

برای ارتقای تنوع جمعیت در الگوریتم تکامل تفاضلی، عملیات تقاطع اعمال می‌شود که در آن از دو جمعیت حاضر و جهش یافته، یک جمعیت آزمایشی جدید ایجاد می‌شود که می‌توان آن را به صورت رابطه (37) بیان کرد [21]:

$$u_{ij} \begin{cases} \omega_{ij} & \text{if } (r \leq Cr \text{ or } j = I_r) \\ x_{ij} & \text{if } (r \geq Cr \text{ or } j \neq I_r) \end{cases} \quad (37)$$

که در آن  $u_{ij}$  بردار آزمایشی (پاسخ موقت)،  $\omega_i$  بردار جهش یافته و  $x_i$  فرد  $i$  ام از جمعیت حاضر،  $I_r$  عددی تصادفی و صحیح است [22]. اپراتور تقاطع برای هر کروموزوم در بردار والد، این عدد تصادفی را با مؤلفه احتمال تقاطع  $Cr$  مقایسه می‌کند، به طوری که اگر این عدد کمتر از  $Cr$  باشد در آن صورت عنصر از فرد جهش یافته انتخاب می‌شود و در صورتی که بیشتر از  $Cr$  باشد، عنصر از فرد حاضر در جمعیت به فرد آزمایش منتقل می‌شود [23 و 24].

### ۳-۴ انتخاب

مرحله آخر در الگوریتم تکامل تفاضلی، به کارگیری سازوکاری است که در آن افراد تشکیل دهنده نسل بعد انتخاب می‌شوند. افراد حاصل از بردار آزمایش (بردار حاصل از مرحله تقاطع) و افراد حاضر در جمعیت بر اساس مقادیر هدف مقایسه می‌شوند [25].

### ۳-۵ تأثیر مؤلفه‌های کنترلی

فاکتور مقیاس ( $F$ )، افزایش اختلاف تفاضل در الگوریتم را

هدف اضافه شود. در نتیجه تابع هدف نهایی به صورت معادله (34) ارائه می‌شود [3]:

$$\text{minimize } f(X) = N_s + \sum_{j=1}^m R1 (g_j(X))^2 \quad (34)$$

در رابطه (34)،  $R1$  مقدار وزن قیدها است که معمولاً یک عدد بزرگ (در اینجا 500) و  $g_j(x)$  نیز قیدها هستند [3].

### ۳. الگوریتم تکامل تفاضلی (DE)

در الگوریتم تکامل تفاضلی، مجموعه‌ای از راه حل‌های بالقوه<sup>۱</sup> با مراحل مانده جهش<sup>۲</sup>، تقاطع<sup>۳</sup> و انتخاب<sup>۴</sup> دچار تکامل می‌شوند. سازوکار اصلی برای ایجاد یک نسل جدید با دو مرحله جهش و انتخاب عملی می‌شود؛ در مرحله انتخاب، رقابت برای زنده ماندن رخ می‌دهد. به طور کلی این الگوریتم دارای چهار مرحله اساسی مقداردهی<sup>۵</sup>، جهش، تقاطع و انتخاب به شرح زیر است [16]:

#### ۳-۱ مقداردهی

معمولاً در این مرحله جمعیت اولیه<sup>۶</sup> با به کارگیری یک روش تصادفی<sup>۷</sup> ایجاد می‌شود. برای مقداردهی هر خصوصیت  $k$  از فرد  $i$  در جمعیت، از معادله 35 استفاده می‌شود [17 و 8]:

$$x_{ik} = b_{kL} + \text{rand}(0,1)(b_{kU} - b_{kL}) \quad (35)$$

که در آن،  $b_{kL}$  و  $b_{kU}$  به ترتیب حدود بالا و پایین هر خصوصیت  $k$  است و  $\text{rand}(0,1)$  یک عدد تصادفی بین صفر و یک است.

#### ۳-۲ جهش

برای ایجاد افراد جدید در الگوریتم تکامل تفاضلی از اپراتور جهش استفاده می‌شود. در الگوریتم تکامل تفاضلی، افراد جدید با اضافه کردن ترم تفاضلی در فاکتور مقیاس<sup>۸</sup> به بردار پایه<sup>۹</sup> (فرد) ایجاد می‌شوند. مرحله جهش طبق معادله (36) حساب می‌شود [19]:

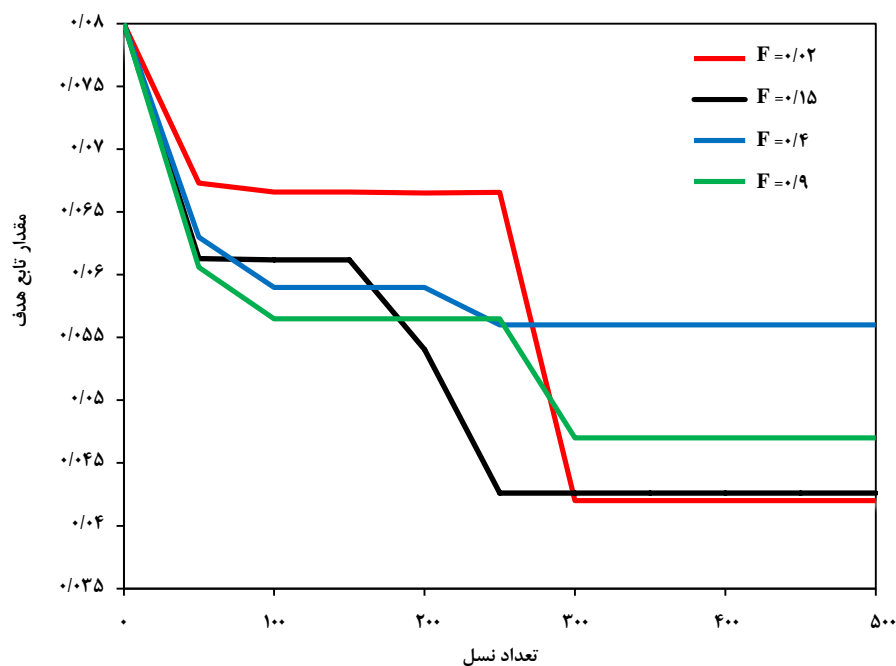
1. Potential Solutions
2. Mutation
3. Intersection
4. Selection
5. Initialized
6. Initial Population
7. Random Method
8. scale Factor
9. Basic Vector

10. Probability of Intersection

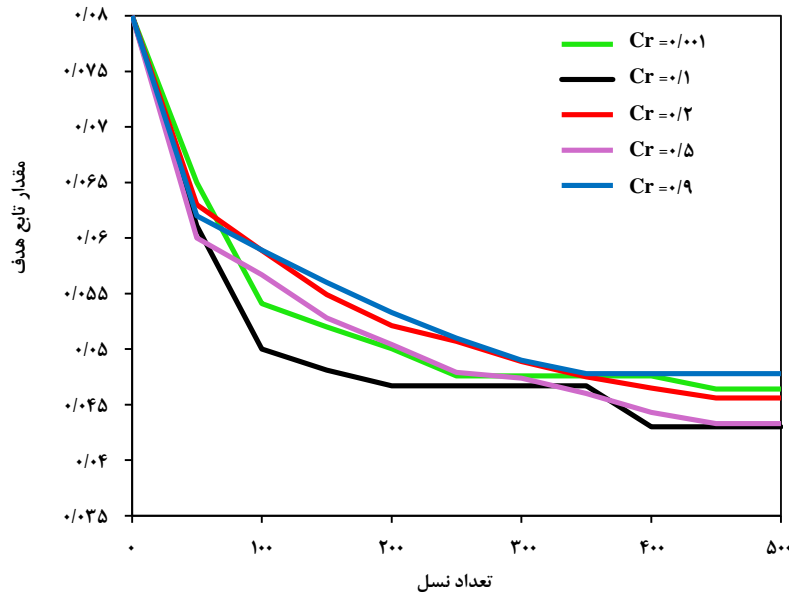
تغییرات فاکتور مقیاس در بازه ۰/۰۲ تا ۰/۹ بررسی شده است. از شکل (۲) می‌توان دریافت که  $F=0/15$  در محدوده کمتر از ۲۵۰ نسل، هم‌گرایی را تضمین می‌کند. این در حالی است که بعد از گذشت ۵۰۰ نسل، در  $F=0/15$  کم‌ترین میزان تولید آنتروپی (۰/۰۴۴) حاصل می‌شود.

شکل (۳) بیانگر تأثیر مؤلفه احتمال تقاطع بر فرایند بهینه‌سازی است. همچنین تأثیر مؤلفه کنترلی تقاطع (Cr)، در پنج سطح مختلف از ۰/۰۰۱ تا ۰/۹ بررسی شد. همان‌طور که در شکل (۳) پیداست، با افزایش مقدار مؤلفه احتمال تقاطع از ۰/۰۰۱ تا ۰/۱، سرعت هم‌گرایی تابع هدف نیز بیشتر می‌شود. در واقع شکل (۳) تأییدکننده مقادیر در نظر گرفته شده از مؤلفه احتمال تقاطع در فرایند بهینه‌سازی در تحقیق حاضر است. در مقدار  $Cr=0/1$  هم‌گرایی سریع و حداقل مقدار تابع هدف حاصل شده است. شکل (۴) بیانگر تأثیر اندازه جمعیت (NP) بر هم‌گرایی و مقدار تناسب تابع هدف است. مشاهده می‌شود که مقدار تناسب و هم‌گرایی تابع هدف با افزایش اندازه جمعیت، بهبود می‌یابد؛ اما زمان محاسبه به وسیله نرم‌افزار متلب افزایش می‌یابد.

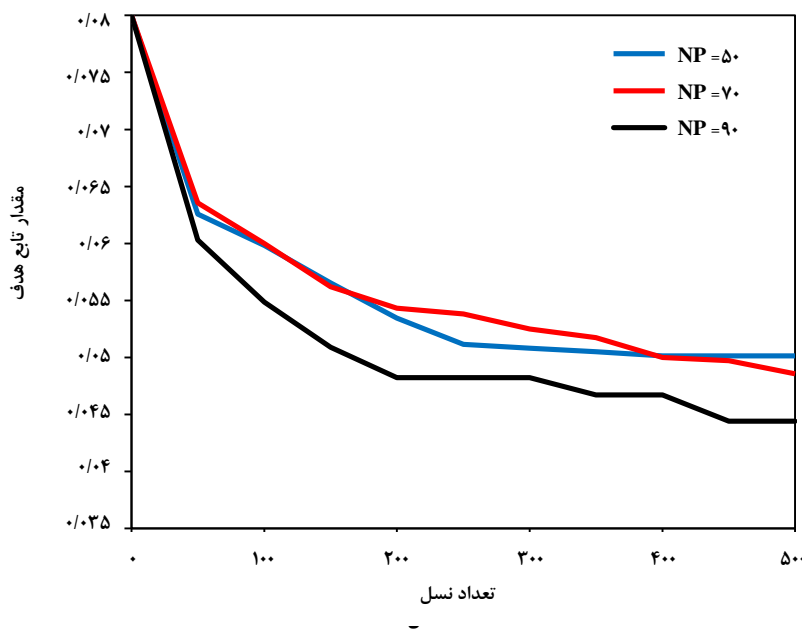
کنترل می‌کند؛ به‌طور کلی هر چقدر این عدد مقدار کوچک‌تری انتخاب شود، اندازه گام مربوط به مرحله جهش نیز کوچک‌تر است. علاوه بر این، فاکتور مقیاس بزرگ‌تر، موجب هم‌گرایی<sup>۱</sup> طولانی‌تر الگوریتم می‌شود. مقادیر بالا برای فاکتور مقیاس، فضای جستجو را ساده‌تر می‌کند و از طرفی باعث فاصله الگوریتم از نقطه بهینه مناسب می‌شود [۱۹]. مؤلفه احتمال تقاطع (Cr)، تأثیر مستقیمی روی تنوع تکامل تفاضلی دارد. این مؤلفه تعداد تغییر در عناصر والد<sup>۲</sup> را کنترل می‌کند. غالباً افزایش مؤلفه احتمال تقاطع، منجر به افزایش سریع‌تر هم‌گرایی می‌شود، این در حالی است که کاهش مقدار احتمال تقاطع، باعث بهبود فضای جستجو می‌شود. همچنین اندازه جمعیت، به طور قابل توجهی بر فضای جستجو با الگوریتم تکامل تفاضلی تأثیرگذار است. هر چقدر اندازه جمعیت افزایش یابد، بردارهای تفاضلی بیشتر منجر به تعداد جهت‌های بیشتری در فضای اکتشاف می‌شود. از این رو، باید در نظر داشت که پیچیدگی محاسباتی هر نسل و زمان هم‌گرایی، با اندازه جمعیت افزایش می‌یابد [۲۸-۲۴]. شکل (۲) تأثیر فاکتور مقیاس (F) بر هم‌گرایی تابع هدف را نشان می‌دهد.



شکل ۲. تأثیر تغییرات فاکتور مقیاس بر مقدار تابع هدف و هم‌گرایی الگوریتم تکامل تفاضلی.



شکل ۳. تأثیر تغییرات مؤلفه احتمال تقاطع بر مقدار تابع هدف و همگرایی الگوریتم تکامل تفاضلی.



شکل ۴. تأثیر تغییرات اندازه جمعیت بر مقدار تابع هدف و همگرایی الگوریتم تکامل تفاضلی.

کدهای به کار رفته در بهینه‌سازی تابع هدف است. جدول (۱) مقادیر به‌دست‌آمده از پیاده‌سازی الگوریتم تکامل تفاضلی بر روی دو تابع هدف از نمونه مطالعاتی را نشان می‌دهد. نتایج بیانگر تطابق قابل قبول میان کدهای بهینه‌سازی و توابع هدف کره و آکلی است. با توجه به تأثیر مقادیر مختلف مؤلفه‌های کنترلی در تکامل تفاضلی

در این تحقیق، کد الگوریتم تکامل تفاضلی در محیط نرم افزار متلب نوشته شده است. نمونه‌های مطالعاتی<sup>۱</sup> معروف با توابع هدف کره<sup>۲</sup> و آکلی<sup>۳</sup> [۲۶] بررسی شد. نتایج حاصل بیانگر تأیید اعتبارسنجی

1. Benchmark Functions
2. Sphere
3. Ackley



قیدهای حاکم بر بهینه‌سازی این مبدل حرارتی صفحه‌ای پره‌دار در جدول (۳) بیان شده است [۶]:

جدول ۳. محدوده متغیرهای طراحی برای بهینه‌سازی مبدل فشرده از نوع صفحه‌ای پره‌دار.

| محدوده جستجو          | متغیرهای طراحی               |
|-----------------------|------------------------------|
| ۰/۱ - ۱ متر           | طول مبدل حرارتی ( $L_h$ )    |
| ۰/۱ - ۱ متر           | عرض مبدل حرارتی ( $L_b$ )    |
| ۱۰ - ۲ میلی‌متر       | ارتفاع پره (H)               |
| ۱۰۰ - ۱۰۰۰ پره بر متر | بسامد پره (n)                |
| ۰/۱ - ۰/۲ میلی‌متر    | ضخامت پره (t)                |
| ۱ - ۱۰ میلی‌متر       | طول پره (l)                  |
| ۱ - ۱۰۰               | تعداد لایه‌های پره ( $N_h$ ) |

#### ۵. نتایج بهینه‌سازی

در بررسی اعتبارسنجی نتایج به‌دست آمده، خروجی بهینه‌سازی با نتایج حاصل در مقالات مرجع [۳ و ۶] مقایسه شد. در جدول (۴)، نتایج بهینه‌سازی در این پژوهش و نتایج متناظر از مقالات مرجع با ورودی‌های یکسان ارائه شده است. نتایج بهینه‌سازی نشان‌دهنده کاهش نرخ تولید آنتروپی (به دلیل کاهش افت فشار و برگشت ناپذیری‌ها) است که بیانگر بهبود در نتایج تحقیق حاضر نسبت به تحقیقات پیشین است. در کمینه‌سازی تعداد واحدهای تولید آنتروپی، شش مؤلفه طراحی از جمله طول مبدل، ارتفاع پره، بسامد پره، ضخامت پره، طول پره و تعداد کانال‌های عبور جریان در دو سمت انتخاب شدند. همان‌طور که در جدول (۴) مشاهده می‌شود طول بیشتر پره در این تحقیق بسامد پره را کاهش می‌دهد. به دلیل کاهش این متغیر، افت فشار در سمت سیال a نسبت به الگوریتم تجمع ذرات، ۷/۶ درصد افزایش و نسبت به الگوریتم ژنتیک به میزان ۳۲ درصد کاهش یافته است. همچنین در سمت سیال b نسبت به الگوریتم‌های تجمع ذرات و ژنتیک، به ترتیب ۱۱/۹ و ۲۷ درصد کاهش داشته است. در حقیقت این کاهش و افزایش در افت فشار دو سمت مبدل، نرخ آنتروپی را به میزان ۱/۵ درصد

بر تابع هدف، بهینه‌سازی با تعداد جمعیت  $NP = 200$ ، تعداد تکرار الگوریتم ۲۰۰، فاکتور مقیاس  $F = 0.15$  و مؤلفه احتمال تقاطع  $Cr = 0.1$  انجام شده است.

جدول ۱. مقادیر به‌دست آمده از پیاده‌سازی تکامل تفاضلی روی توابع کره و آکلی (نتایج حاصل از ۳۰ بار تکرار).

| تابع تست | کمینه   | بیشینه  | میانگین |
|----------|---------|---------|---------|
| کره      | ۰/۰۰۷۷۴ | ۰/۰۱۲۹۳ | ۰/۰۱۰۸۹ |
| آکلی     | ۰/۰۰۱۲۵ | ۰/۰۰۴۵۹ | ۰/۰۰۳۴۲ |

#### ۴. نمونه مطالعاتی

تعداد واحدهای تولید آنتروپی، تابع هدفی است که در مورد مبدل حرارتی صفحه‌ای پره‌دار با جریان متقاطع که شامل دو جریان a و b است، کمینه می‌شود. خصوصیات عملیاتی سیالات در جدول (۲) آورده شده است. متغیرهای مستقلی که به‌عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری برای کمینه‌کردن تابع هدف در نظر گرفته شده به ترتیب شامل طول مبدل، ارتفاع پره، بسامد پره، ضخامت پره، طول پره و تعداد کانال‌های عبور جریان دو سمت هستند. بار حرارتی برابر با ۱۶۰ کیلو وات است که باید در این مبدل به‌دست آید. همچنین هر دو سیال گاز ایده‌آل در نظر گرفته شده‌اند.

جدول ۲. مؤلفه‌های عملیاتی مورد نظر [۶].

| سیال a               | سیال b               | مؤلفه‌های عملیاتی              |
|----------------------|----------------------|--------------------------------|
| ۰/۸۹۶۲               | ۰/۸۲۹۶               | نرخ جریان جرمی (kg/s)          |
| ۵۱۳                  | ۲۷۷                  | دمای ورودی (K)                 |
| ۱۰۱۳۲۵               | ۱۰۱۳۲۵               | فشار ورودی (Pa)                |
| ۱۰۱۷/۷               | ۱۰۱۱/۸               | ظرفیت حرارتی (J/kgk)           |
| ۰/۸۱۹۶               | ۰/۹۳۸۵               | چگالی ( $kg/m^3$ )             |
| $241 \times 10^{-5}$ | $241 \times 10^{-5}$ | گران‌روی دینامیکی ( $Ns/m^2$ ) |
| ۰/۶۸۷۸               | ۰/۶۹۵۴               | عدد پراوتل (Pr)                |
| ۱۶۰                  |                      | بار حرارتی مبدل حرارتی (KW)    |

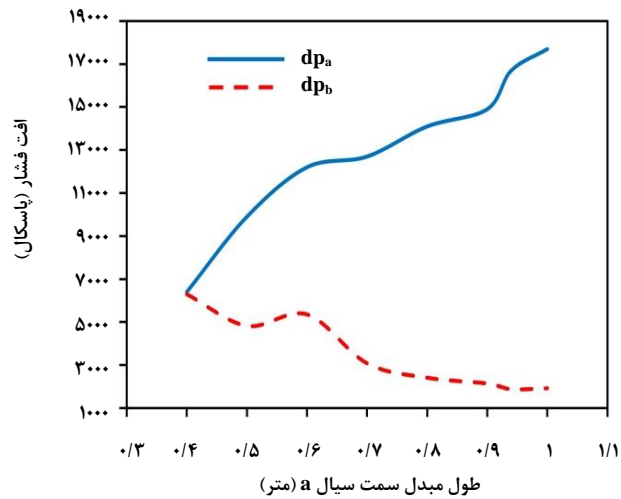
به صورت منفرد در محدوده مجاز طراحی و سایر مؤلفه‌ها به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شوند. با تغییر هر یک از این متغیرها، مقادیر  $N_s$  و افت فشار بهینه حساب می‌شود. نتایج به دست آمده در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده است؛ به عنوان مثال در شکل (۶) - الف تأثیر  $L_a$  بر  $N_s$ ، با تغییرات  $L_a$  در محدوده مورد نظر طراحی (۰/۱ تا ۱ متر) بررسی شده است و اعمال مقادیر بهینه در سایر مؤلفه‌ها، مقادیر بهینه برای  $N_s$  و افت فشار مربوطه حساب شد.

نسبت به الگوریتم تجمع ذرات و ۱۷/۶ درصد نسبت به الگوریتم ژنتیک کاهش می‌دهد. در پایان تعداد واحدهای تولید آنتروپی را در الگوریتم‌های تجمع یکنواخت ذرات و ژنتیک به ترتیب به میزان ۱/۵۴ و ۱۷/۵۶ درصد کاهش می‌دهد.

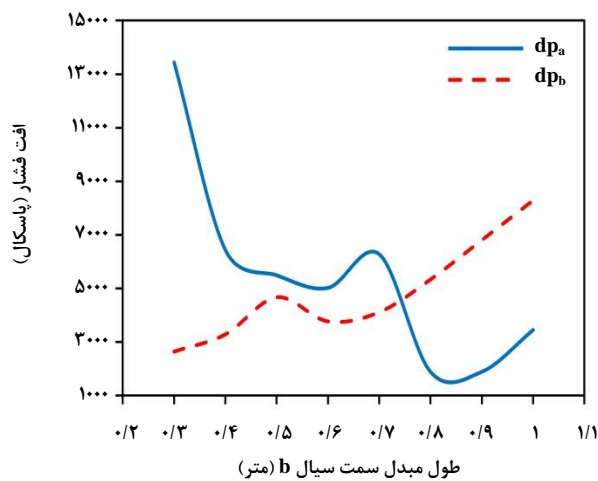
هدف از این مقاله، طراحی بهینه مبدا حرارتی فشرده با در نظر گرفتن متغیرهای تصمیم‌گیری برای رسیدن به حداقل نرخ تولید آنتروپی است. بر این اساس، مؤلفه‌های طراحی  $L_a$ ،  $L_b$  و  $N_a$

جدول ۴. مقادیر بهینه متغیرهای طراحی با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی و مقایسه آن با دو روش الگوریتم‌های ژنتیک و تجمع ذرات.

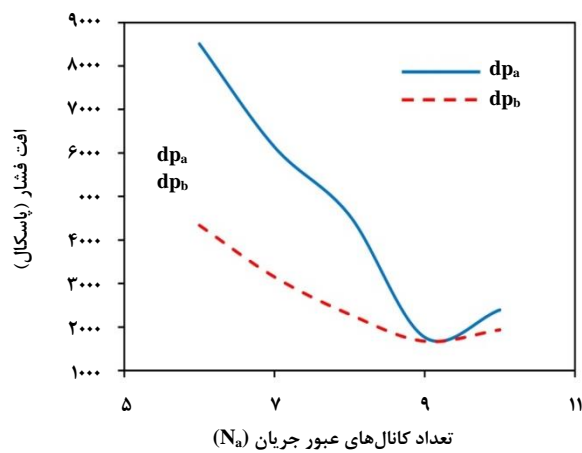
| نتایج الگوریتم تکامل تفاضلی (DE) | نتایج الگوریتم تجمع ذرات (PSO) [۶] | نتایج الگوریتم ژنتیک (GA) [۳] | مؤلفه‌های اساسی و میانی مبدا              |
|----------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|---|
| ۰/۹۴۰                            | ۰/۹۲۵                              | ۰/۹۹۴                         | طول مبدا a (m)                            |
| ۰/۸۴۹                            | ۰/۹۹۶                              | ۰/۸۸۷                         | طول مبدا b (m)                            |
| ۹/۳۶                             | ۹/۸۰                               | ۹/۵۳                          | ارتفاع پره (mm)                           |
| ۴۲۸/۲                            | ۴۴۲/۹                              | ۵۳۴/۹                         | بسامد پره (f/m)                           |
| ۰/۱۶۲                            | ۰/۱۰                               | ۰/۱۴۶                         | ضخامت پره (mm)                            |
| ۷/۱                              | ۹/۸                                | ۶/۳                           | طول پره (mm)                              |
| ۹                                | ۱۰                                 | ۸                             | تعداد کانال‌های عبور جریان ( $N_a$ )      |
| ۱۵۹/۹۹                           | ۱۵۹/۹۹                             | ۱۵۹/۹۹                        | بار حرارتی (KW)                           |
| ۱۳۲۴/۵                           | ۱۱۳۱/۷                             | ۷۹۷                           | ضریب انتقال حرارت سمت سیال a ( $W/m^2K$ ) |
| ۶۳۹/۸                            | ۸۴۴                                | ۸۱۷                           | ضریب انتقال حرارت سمت سیال b ( $W/m^2K$ ) |
| ۳۵۸۶/۵                           | ۳۳۳۱/۳                             | ۵۲۸۷/۷                        | افت فشار سمت سیال a ( $N/m^2$ )           |
| ۱۶۱۵/۳                           | ۱۸۳۴/۵                             | ۲۲۱۶/۹                        | افت فشار سمت سیال b ( $N/m^2$ )           |
| ۶۳/۸۵                            | ۶۴/۸۶                              | ۷۷/۴۷                         | نرخ رشد آنتروپی (S)                       |
| ۰/۰۵۲۲۱۹                         | ۰/۰۵۳۰۲۸                           | ۰/۰۶۳۳۳۲                      | تعداد واحدهای تولید آنتروپی ( $N_s$ )     |



(الف)

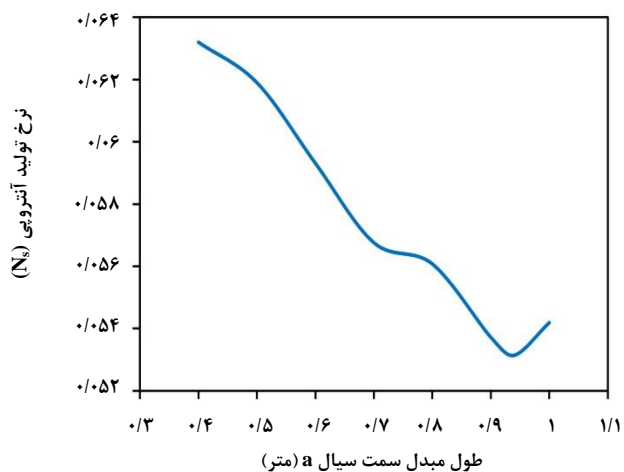


(ب)

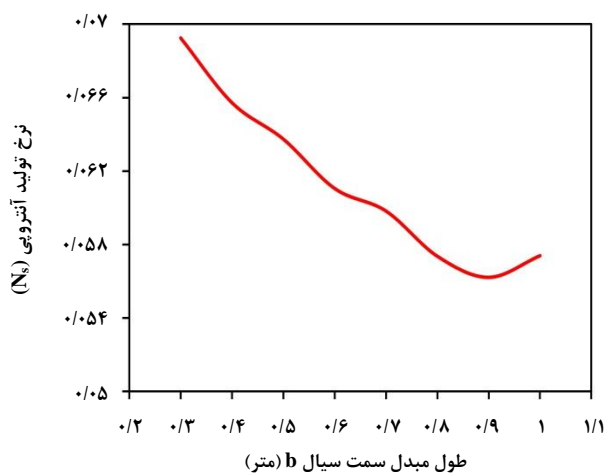


(پ)

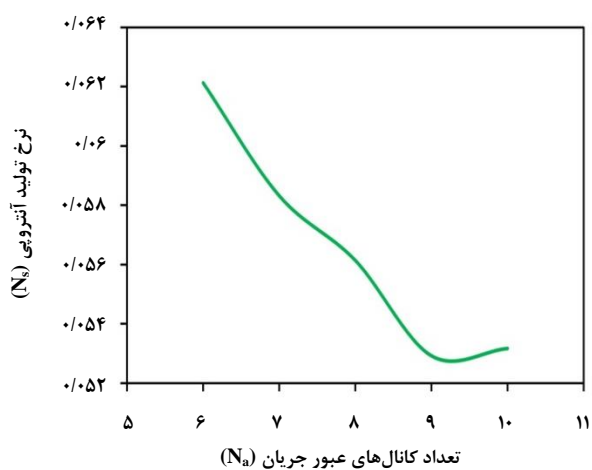
شکل ۵. تأثیر طول مبدل (الف) بر افت فشار دو سمت ( $L_a$ ) (ب) بر افت فشار دو سمت و (پ) تأثیر تعداد کانال‌های عبور جریان بر افت فشار دو سمت.



(الف)



(ب)



(پ)

شکل ۶. (الف) تأثیر طول مبدل بر تعداد واحدهای تولید آنتروپی ( $N_s$ ) (ب) تأثیر طول مبدل ( $L_b$ ) بر تعداد واحدهای تولید آنتروپی ( $N_s$ ) و (پ) تأثیر تعداد کانال‌های عبور جریان بر تعداد واحدهای تولید آنتروپی ( $N_s$ ).

تحقیقات پیشینان مقایسه شده است. بهبود در کمینه‌سازی تعداد واحدهای آنتروپی به‌دست‌آمده با به‌کارگیری روش تکامل تفاضلی در مقایسه با الگوریتم‌های مذکور نشان دهنده‌ی ظرفیت بالای این الگوریتم در بهینه‌سازی مبدل حرارتی فشرده‌ی صفحه‌ای پرده‌دار است.

### مراجع

- [1] Das, P. K., Ghosh, I., "Thermal design of multistream plate fin heat exchangers a state-of-the-art review", *Journal of Heat Transfer Engineering*, 33: pp. 284-300, (2012).
- [2] Shah, R. K., Sekulić, D. P., "Heat exchanger design procedures", *Journal of Fundamentals of Heat Exchanger Design*, 24: pp. 601-672, (2003).
- [3] Mishra, M., Das, P. K., "Thermoeconomic design-optimisation of crossflow plate-fin heat exchanger using Genetic Algorithm", *Journal of International Journal of Exergy*, 6: pp. 837-852, (2009).
- [4] Sanaye, S., Hajabdollahi, H., "Thermal-economic multi-objective optimization of plate fin heat exchanger using genetic algorithm", *Journal of Applied Energy*, 87: pp. 1893-1902, (2010).
- [5] Patel, V., Savsani, V., "Optimization of a plate-fin heat exchanger design through an improved multi-objective teaching-learning based optimization (MO-ITLBO) algorithm", *Journal of Chemical Engineering Research and Design*, 92: pp. 2371-2382, (2014).
- [6] Rao, R. V., Patel, V. K., "Thermodynamic optimization of cross flow plate-fin heat exchanger using a particle swarm optimization algorithm", *Journal of Thermal Sciences*, 49: pp. 1712-1721, (2010).
- [7] Sahiti, N., "Entropy generation minimization of a double-pipe pin fin heat exchanger", *Applied Thermal Engineering*, 28: pp. 2337-2344, (2008).
- [8] Bejan, A., "The concept of irreversibility in heat exchanger design: counterflow heat exchangers for gas-to-gas applications", *ASME J. Heat Transfer*, 99: pp. 374-380, (1977).
- [9] Vargas, J. V., Bejan, A., "Thermodynamic optimization of finned crossflow heat exchangers for aircraft environmental control systems", *Journal of Heat and Fluid Flow*, 22: pp. 657-665, (2001).
- [10] Culham, J. R., Muzychka, Y. S., "Optimization of plate fin heat sinks using entropy generation minimization", *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, 24: pp. 159-165, (2001).
- [11] Mishra, M., Das, P. K., Sarangi, S., "Optimum design of crossflow plate-fin heat exchangers through genetic algorithm", *Journal of Heat Exchangers*, 5: pp. 379-401, (2004).

## ۵-۱ مقایسه الگوریتم‌های مختلف در بهینه‌سازی الگوی

### حرارتی فشرده

نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم‌های مختلف در بهینه‌سازی مبدل حرارتی فشرده با در نظر گرفتن تعداد نسل، تعداد مراحل، مؤلفه‌های مورد نیاز و زمان انجام محاسبات، بررسی و در جدول (۵) ارائه شده است. این مقایسه نشان داد که الگوریتم تکامل تفاضلی نسبت به الگوریتم‌های ژنتیک و تجمع ذرات با تعداد نسل و زمان محاسبه کمتر، نتیجه بهتری را به‌دست می‌دهد. از سوی دیگر، تعداد مراحل و مؤلفه‌های لازم برای بهینه‌سازی مبدل، در هر سه روش یکسان هستند. نتایج این مقایسه نشان داد که الگوریتم تکامل تفاضلی به‌منظور بهینه‌سازی ترمودینامیکی مبدل حرارتی صفحه‌ای پرده‌دار، در مقایسه با دو الگوریتم دیگر، دارای برتری نسبی است.

جدول ۵. مقایسه الگوریتم‌های بهینه‌سازی.

| الگوریتم                         | تعداد نسل | تعداد مراحل لازم | مؤلفه‌های مورد نیاز | زمان محاسبه |
|----------------------------------|-----------|------------------|---------------------|-------------|
| الگوریتم ژنتیک                   | ۱۰۰       | ۴                | ۶                   | ۸ ثانیه     |
| الگوریتم تجمع ذرات               | ۱۰۰       | ۴                | ۶                   | ۱۰ ثانیه    |
| الگوریتم تکامل تفاضلی (کار حاضر) | ۹۰        | ۴                | ۶                   | ۸ ثانیه     |

### ۶. نتیجه‌گیری کلی

یکی از روش‌های کاربردی در بهینه‌سازی ترمودینامیکی مبدل‌های حرارتی فشرده، تعیین تعداد واحدهای تولید آنتروپی است. در این مقاله از الگوریتم تکامل تفاضلی برای بهینه‌سازی ترمودینامیکی مبدل حرارتی صفحه‌ای پرده‌دار جریان متقاطع به‌منظور کاهش تولید آنتروپی به‌عنوان تابع هدف استفاده شده است. شش مؤلفه طراحی با در نظر گرفتن قیدها، به‌گونه‌ای بهینه‌سازی شدند که تعداد واحدهای تولید آنتروپی کمینه شود. در بررسی صحت عملکرد الگوریتم، نتایج حاصل از این تحقیق با دیگر نتایج به‌دست آمده از روش‌های الگوریتم ژنتیک و تجمع ذرات در

- [12] Ahmadi, P., Hajabdollahi, H., Dincer, I., "Cost and entropy generation minimization of a cross-flow plate fin heat exchanger using multi-objective genetic algorithm", *Journal of heat transfer*, 133: pp. 118-129, (2011).
- [13] Peng, H., Ling, X., "Optimal design approach for the plate-fin heat exchangers using neural networks cooperated with genetic algorithms", *Applied Thermal Engineering*, 28: pp. 642-650, (2008).
- [14] Wen, J., Yang, H., Tong, X., Li, K., Wang, S., Li, Y., "Optimization investigation on configuration parameters of serrated fin in plate-fin heat exchanger using genetic algorithm", *Int J Therm Sci*, 101: pp. 116-25, (2017).
- [15] Du, J., Ni, Y. M., Fang, Y. S., "Correlations and optimization of a heat exchanger with offset fins by genetic algorithm combining orthogonal design", *Appl Therm Eng*, 107: pp. 109-1017, (2016).
- [16] Turgut, O. E., "Hybrid Chaotic Quantum behaved Particle Swarm Optimization algorithm for thermal design of plate fin heat exchangers", *Appl Math Model*, 40: pp. 50- 69, (2017).
- [17] Joshi, H. M., Webb, R.L., "Heat transfer and friction in the offset stripfin heat exchanger", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 30: pp. 69-84, (1987).
- [18] Shah, R., Sekulic, D., "Heat exchangers", *Handbook of Heat Transfer*, (1998).
- [19] Dragoi, E. N., Curteanu, S., "The use of differential evolution algorithm for solving chemical engineering problems", *Reviews in Chemical Engineering*, 32: pp. 149-180, (2016).
- [20] Melo, V. V., Delbem, A. C. B., "Investigating smart sampling as a population initialization method for differential evolution in continuous problems", *Information Sciences*, 193: pp. 36-53, (2012).
- [21] Durmus, B., "Optimal components selection for active filter design with average differential evolution algorithm", *Int. J. Electron. Commun*, 94: pp. 293-302, (2018).
- [22] Hu, J., Wu, M., Chen, X., Du, S., Zhang, P., Cao, W., She, J., "A multilevel prediction model of carbon efficiency based on the differential evolution algorithm for the iron ore sintering process", *IEEE Trans. Ind. Electron*, 65: pp. 8778-8787, (2018).
- [23] Zhao, W., Ma, A., Ji, J., Chen, X., Yao, T., "Multiobjective optimization of a double-side linear vernier PM motor using response surface method and Differential Evolution", *IEEE Trans. Ind. Electron*, 67: pp. 80-90, (2020).
- [24] Zorina, Z.A., Obozova, T.A., "New data on the brain and cognitive abilities of birds", *Zoologicheskij Zhurnal*, 90: pp. 784-802, (2011).
- [25] Mallipeddi, R., "Differential evolution algorithm with ensemble of parameters and mutation strategies", *Applied Soft Computing*, 11: pp. 1679-1696, (2011).
- [26] Mohamedi, A. W., Sabry, H. Z., Elaziz, T., "Real parameter optimization by an effective differential evolution algorithm", *Egyptian Informatics Journal*, 14: pp. 37-53, (2013).
- [27] Rahnamayan, S., Tizhoosh, H. R., "Differential evolution via exploiting opposite populations, in Oppositional concepts in computational intelligence", *Springer*, 29: pp. 143-160, (2008).
- [28] Jamil, M., Yang, X. S., "A literature survey of benchmark functions for global optimisation problems", *Journal of Mathematical Modelling and Numerical Optimisation*, 4: pp. 150-194, (2013).