

# مدلسازی و شبیه‌سازی هیدرودینامیکی ستون استخراج کوهنی با بهره‌گیری از مدل موازنۀ جمعیت

امیرحسین طاهر شمسی<sup>۱</sup>، احمد قائمی<sup>۲\*</sup>، منصور شیروانی<sup>۳</sup>، میثم تراب مستعدی<sup>۴</sup>

۱- کارشناس ارشد مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- استادیار مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

۳- دانشیار مهندسی شیمی، دانشگاه علم و صنعت ایران

۴- دانشیار مهندسی شیمی، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای

تاریخ دریافت: ۹۴/۰۸/۰۷ تاریخ پذیرش: ۹۴/۰۲/۰۸

پیامنگار: aghaemi@iust.ac.ir

## چکیده

در این پژوهش، فرایند استخراج مایع- مایع در یک ستون استخراج کوهنی با استفاده از یک مدل دینامیکی غیرتعاملی مدلسازی و شبیه‌سازی شد. معادلات مدل شامل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای<sup>۱</sup> و موازنۀ جمعیت بوده که در جهت محور ستون انفصل سازی و صورت گرفته است. برای حل کردن عددی معادلات از ترکیب روش خطوط<sup>۲</sup> و روش تفاضل‌های متناهی<sup>۳</sup> استفاده شد. برای ارزیابی و مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی، از یک ستون استخراج کوهنی نیمه‌صنعتی با بهره‌گیری از دو سامانه شیمیایی آب- بوتیل استات و آب- تولوئن استفاده شد. با بهره گرفتن از نتایج شبیه‌سازی اثر پارامترهای عملیاتی شامل دور الکتروموتور، موجودی فاز پراکنده، توزیع اندازه قطرات، سرعت جریان فازها و نوع سامانه شیمیایی بر عملکرد ستون ارائه شد. خطای مدل برای قطر میانگین قطرات و موجودی فاز پراکنده به ترتیب ۲٪ و ۴٪ به دست آمد.

**کلیدواژه‌ها:** استخراج مایع- مایع، ستون استخراج کوهنی، مدلسازی، موازنۀ جمعیت

جزء منتقل‌شونده نام می‌برند. دو مایع به کار رفته در استخراج، با حلال، غیرقابل امتزاج‌اند و معمولاً<sup>۱</sup> یکی از آنها آب و دیگری یک مایع آلی است که نقش استخراج‌کننده را بازی می‌کند. استخراج‌کننده را معمولاً در مایع مناسبی به نام رقیق‌کننده حل می‌کنند که به بهبود خواص فیزیکی استخراج‌کننده کمک می‌کند<sup>[۱]</sup>. دامنه انواع استخراج‌کننده قابل دسترس برای انجام یک وظیفه مشخص وسیع و نیز دامنه متغیرها پیچیده است؛ بنابراین، انتخاب یک استخراج‌کننده مناسب تصمیم پیچیده‌ای است

## ۱. مقدمه

فرایند استخراج مایع- مایع، یکی از فرایندهای مهم جداسازی به شمار می‌آید که در جریان آن، یک جزء از یک حلال مایع به حلال مایع دیگری انتقال می‌یابد؛ این پدیده را توزیع<sup>۲</sup> می‌نامند و از جزئی که توزیع آن مورد نظر است، به عنوان توزیع شونده<sup>۳</sup> یا

\* تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی شیمی

1. Partial Differential Equation  
2. Method of Lines  
3. Finite Difference  
4. Distribution  
5. Distributed

روشهای عددی حل کردند[۶]. مارسلو و همکاران، در سال ۲۰۰۳ تغییرات غلظت فلز روی را در یک واکنش شیمیایی حاوی محلول D2EHPA بررسی کردند[۷]. بارت<sup>۳</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۵ برای اولین بار به بررسی کاربرد مدل موازنۀ جمعیت برای پیش‌بینی موجودی فاز پراکنده و قطر قطرات در ستون‌های استخراج کوهنی و قرص چرخان پرداختند. آنان به طور تجربی و نیز از طریق مدل‌سازی، به کمک معادلات موازنۀ جمعیت، به بررسی میانگین اندازه قطره و میزان موجودی فاز پراکنده در طول این دو ستون، برای آب و تولوئن پرداختند[۸]. گومز و همکاران در سال ۲۰۰۶ روی مدل‌سازی یک مدل صنعتی از ستون کوهنی به ارتفاع ۱۵ متر و قطر ۲/۵۲ متر با به کارگیری معادلات موازنۀ جمعیت پرداختند. آنان پی برند که با افزایش ارتفاع ستون، میزان موجودی فاز پراکنده در ستون، به دلیل افزایش نیروی برشی، زیاد می‌شود و مدل موازنۀ جمعیت به خوبی قادر به پیش‌بینی این پیشامد است[۹]. اولیویرا و همکاران، در سال ۲۰۰۸ به بررسی اثر پارامترهای عملیاتی، از قبیل سرعت اختلاط و دبی فازهای پراکنده و پیوسته، بر توزیع اندازه قطرات و موجودی فاز پراکنده در طول یک ستون استخراج کوهنی برای آب و اکسول دی ۸۰ پرداختند. بنابر نتایج به دست آمده، با افزایش سرعت اختلاط، اندازه قطرات کاهش می‌پابد و در نتیجه توزیع اندازه قطرات متقارن و باریک‌تر و به سمت چپ نمودار منتقل می‌شود[۱۰]. سابین رود و همکاران<sup>۴</sup>، در سال ۲۰۱۳ پدیده نامطلوب طغیان را در ستون‌های کوهنی بررسی کردند. آزمایش آنها شامل یک محلول آبی و یک ستون کوهنی بود. سرعت و قطر میانگین به دست آمده برای این سیستم دو فازی این امکان را فراهم می‌آورد که پدیده طغیان را به خوبی پیش‌بینی کند[۱۱]. اتارکیهای<sup>۵</sup> و همکاران، در سال ۲۰۱۳ با بهره‌گیری از مدل تعادل جمعیت قطرات، روش OPOSPM<sup>۶</sup> را ارائه و آن را در یک ستون کوهنی کوچک مطالعه کردند. نتایج مدل‌سازی آنها به داده‌های تجربی سیار نزدیک بود[۱۲]. آرسور و همکاران، در سال ۲۰۱۳ با مدل‌سازی دینامیکی ستون استخراج کوهنی و ترکیب آن با معادلات موازنۀ جمعیت به نتایجی منطبق بر نتایج آزمایشگاهی دست یافتند[۱۳]. همتی و همکاران در سال ۲۰۱۳

و در غیاب تجربه قبلی با سیستم یکسان حداقل در مقیاس آزمایشگاهی، باید تحت بهترین شرایط ذهنی و با بیشترین دقیقت صورت گیرد. بررسی اولیه روی انواع استخراج‌کننده‌ها را مربوط و پنیرگر<sup>۱</sup> انجام دادند[۲]. یک طبقه‌بندی کلی از انواع استخراج‌کننده‌ها، همراه با کاربردهای آنها از جانب گادفری ارائه شده است[۳]. امروزه، از ستون‌های استخراج ضربه‌ای یا پره دار، به دلیل توان بالای عملیاتی و بازده جداسازی مناسبی که دارند، بهره‌گیری می‌شود. ستون استخراج کوهنی یکی از انواع ستون پره دار است که در سال‌های اخیر تحقیقات بسیاری در مورد آن انجام شده است. این ستون از پره‌های پوشیده روی یک محور مرکزی و صفحات ثابت سوراخ‌دار تشکیل شده که به واسطه این صفحات مراحل این ستون از هم جدا می‌شوند. پره‌ها یک الگوی جریان گردابی را که تا حدودی مشابه ستون قرص چرخان است، ایجاد می‌کنند. صفحات سوراخ‌دار استفاده شده بین مراحل امکان جریان محوری در ستون را نیز فراهم می‌آورد، اما مراحل را نسبت به ستون‌های قرص چرخان و الدشو-راشتون کامل‌تر از هم جدا می‌کند. این امر به کاهش اختلاط معکوس، بهویژه برای فاز پراکنده، می‌انجامد. کومار و همکاران، در سال ۱۹۸۶ برای نخستین بار به بررسی تغییرات نیمرخ موجودی فاز پراکنده و نقطه طغیان در طول این ستون، و نیز برای اولین بار به بررسی اثر سرعت اختلاط بر تغییرات اندازه قطره برای سیستم آب-ارتوزایلن در ارتفاعهای مختلفی از این ستون پرداختند. آنان مشاهده کردند که در یک سرعت اختلاط ثابت، تغییرات ارتفاع تأثیر چندانی بر اندازه قطرات ندارد، در حالی که افزایش سرعت اختلاط، موجب بهبود شکست قطرات و در نتیجه کاهش اندازه قطره می‌شود[۴]. هووناگل و همکاران<sup>۲</sup> در سال ۱۹۹۱ یک مدل دیفرانسیلی برای ستون کوهنی به منظور انتقال جرم تولوئن-استون-آب از فاز پیوسته به پراکنده، ارائه دادند. آنان فقط داده‌های گزینشی را برای ماندگی، قطر قطره، حجم جریان و درصد اجزای فاز پیوسته را برای به دست آوردن پارامترهای تجربی به کار گرفتند[۵].

وینستن و لوواین در سال ۱۹۹۸ یک مدل دیفرانسیلی برای ستون کوهنی با سیستم تولوئن-استون-آب و آشوب ۴۰٪ در فاز پراکنده ورودی ارائه دادند. آنان دستگاه معادلات مدل را با بهره‌گیری از

3. Bart

4. Sabine Rode

5. M. Attarakihai

6. One Primary and One Secondary Particle Method

1. Morello and Poffenberger

2. Hufnagl et. al.

معادله اساسی موازنه جمعیت در حالت دینامیکی را کازاماها و گلپل بنابر رابطه (۲) بیان کرده‌اند [۱۶]:

$$\frac{\partial P(z,d)}{\partial t} = -\frac{\partial [P(z,d)V_d(z,d)]}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ E_d \frac{\partial P(z,d)}{\partial z} \right] + P(z,d) \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $p(z,d)$  عبارت تولید و مصرف است که آثار شکست، ائتلاف، هسته‌زایی و رشد قطرات را دربر می‌گیرد. رابطه (۳) نمایانگر عبارت  $p(z,d)$  است:

$$P(z,d) = PB^+(z,d) - PB^-(z,d) + PC^+(z,d) - PC^-(z,d) \quad (3)$$

که  $PB^+(z,d)$  و  $PB^-(z,d)$  به ترتیب، نمایانگر کاهش و افزایش تعداد قطرات به دلیل شکست قطرات است، عبارتهای  $PC^+(z,d)$  و  $PC^-(z,d)$  نیز به ترتیب، بیانگر کاهش و افزایش تعداد قطرات ناشی از ائتلاف بین قطرات‌اند [۳].

$$PC^-(z,d) = P(z,d) \int_0^{\sqrt[3]{d_{\max}^3 - d^3}} h(d_1, d_2) \frac{P(z,d_1)}{v(d_1)} \partial d_1 \quad (4)$$

$$PC^+(z,d) = \frac{1}{2} v(d) \int_0^d h(d_1, d_2) \frac{P(z,d_1)P(z,d_2)}{v(d_1)v(d_2)} \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 \partial d_1 \quad (5)$$

ضریب  $/5$  از آنجا ناشی می‌شود که برخورد ذرات با اندازه  $(d_2, d_1)$  با برخورد ذرات با اندازه  $(d_1, d_2)$  تفاوتی ندارد.  $p(d)$  احتمال شکست و بسامد  $r(z,d)$  شکست است و به زمان اقامت قطرات بستگی دارد.  $p(d)$  احتمال شکست قطره‌ای با قطر  $d$  است،  $r(z,d)$  بسامد شکست است و از رابطه (۷) به دست می‌آید [۱۷]:

$$\frac{p(d)}{1-p(d)} = 0.2148 W e_m^{0.7796} \quad (6)$$

$$r(z,d) = \frac{p(d)v_d(z,d)}{H_c} \quad (7)$$

$$We_m = \frac{\rho_c^{0.8} \mu_c^{0.2} d D_R^{1.6} (\varpi^{1.8} - \varpi_{crit}^{1.8})}{\sigma} \quad (8)$$

به بررسی آزمایشگاهی تأثیر شرایط عملیاتی بر ضرایب انتقال جرم برای دو سامانه انتقال جرمی آب- تولوئن- ان بوتیل استات و آب- تولوئن- استون پرداختند. آنان پی بردنند که تأثیر سرعت چرخش الکتروموتور بر ضرایب انتقال جرم نسبت به سایر پارامترهای عملیاتی بیشتر است [۱۴].

در این تحقیق، با بررسی مطالعات صورت گرفته، مدل موازنه جمعیت برای مدل سازی و شبیه‌سازی هیدرودینامیکی ستون استخراج کوهنی، با در نظر گرفتن آثار شکست و ائتلاف قطرات به کار گرفته شد. از دو سامانه شیمیایی آب- ان بوتیل استات، با کشش سطحی متوسط و آب- تولوئن با کشش سطحی زیاد در انجام آزمایش‌ها استفاده شد. با بهره‌گیری از نتایج شبیه‌سازی، اثر پارامترهای مختلف ستون و شرایط عملیاتی بر کارایی ستون مطالعه شد. نتایج مدل، با داده‌های تجربی به دست آمده از پایلوت استخراج کوهنی ارزیابی شد.

## ۲. مدل موازنه جمعیت در ستون استخراج کوهنی

در فرایند استخراج مایع- مایع، مدل موازنه جمعیت به منظور توصیف برهم‌کنش هیدرودینامیکی و انتقال جرم به کار می‌رود که بر اساس ماهیت ماکروسکوپیکی برهم‌کنش، فاز پراکنده و فاز پیوسته قابل توجیه است [۱۵]. تعادل جمعیتی قطره، روش توانمندی برای پیش‌بینی رفتار ستون‌های استخراج است. مدل سازی با این روش به تشکیل تعداد زیادی معادله دیفرانسیلی انتگرالی می‌انجامد که با حل آنها، توزیع اندازه قطرات به دست می‌آید. برای شبیه‌سازی هیدرودینامیکی، ستون به عناصری با ارتفاع معین تقسیم‌بندی می‌شود و دسته‌بندی قطرات با قطر مشخص به علت جابه‌جایی جرمی، توزیع محوری، شکست و ائتلاف قطرات تشکیل می‌شود. در این پژوهش، برهم‌کنش قطرات با استفاده از معادله‌های شکست و ائتلاف آنها در مدل موازنه جمعیت استفاده شده است.

## ۲.۱ روابط مدل موازنه جمعیتی قطره

در این مدل، متغیر پایه، توزیع اندازه قطرات، با  $p(z,d,t)$  بیان می‌شود و ماندگی موضعی می‌تواند از رابطه زیر به دست آید [۱۶].

$$\phi(z,t) = \int_0^{d_{\max}} P(t,z,d) \partial d \quad (1)$$

$$PB^+(z, d) = \int_d^{d_{\max}} r(z, d_0) P(z, d_0) \beta(d_0, d) \partial d_0 \quad (15)$$

برای توصیف هیدرودینامیکی مسئله، از مدل موازن جمعیت با در نظر گرفتن شکست و ائتلاف قطرات به صورت همزمان استفاده شد. از آثار اختلاط محوری در فاز پراکنده نیز چشم پوشی شد. در نتیجه، معادله اصلی موازن جمعیت (رابطه (۲)) به شکل زیر تبدیل می شود:

$$\frac{\partial P(z, d)}{\partial t} = \frac{[V_d * P(z, d)]_{i+1} - [V_d * P(z, d)]_i}{\Delta z} + PB^+(z, d) - PB^-(z, d) + PC^+(z, d) - PC^-(z, d) \quad (16)$$

با شاندن روابط (۴)، (۵)، (۱۴) و (۱۵) در رابطه (۱۶)، شکل نهایی مدل توسعه یافته به صورت زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} \frac{\partial [P(z, d)V_d(z, d)]}{\partial z} &= \int_d^{d_{\max}} r(z, d_0) P(z, d_0) \beta(d_0, d) \partial d_0 \\ &+ \frac{1}{2} V(d) \int_0^d h(d_1, d_2) \frac{P(z, d_1)P(z, d_2)}{V(d_1)V(d_2)} \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 \partial d_1 \\ &- r(z, d)P(z, d) - P(z, d) \int_0^{\sqrt[3]{d_{\max}^3 - d^3}} h(d_1, d_2) \frac{P(z, d_1)}{V(d_1)} \partial d_1 \end{aligned} \quad (17)$$

تعداد قطرات در واحد حجم عبارت است از [۲۰]:

$$N(z, d) = \frac{P(z, d)}{V(d)} \quad (18)$$

که  $V(d)$  حجم قطره است.

## ۲. گسسته سازی معادلات

برای حل معادله (۱۷)، لازم است که این معادله از قطره مستقل شود. از این رو، ابتدا دامنه تغییرات قطره به نه رده با فواصل برابر به صورت زیر تقسیم شده است [۲۱]:

$$\varpi_{crit} = 2\pi \cdot 0.65 \left( \frac{\rho_c D_R^3}{\sigma} \right)^{-0.5} \left( \frac{d}{D_R} \right)^{-0.72} \quad (19)$$

برای محاسبه آهنگ یا سرعت ائتلاف از رابطه زیر بهره برده شده است [۱۸].

$$h(d_1, d_2) = 1.247 \varepsilon^{1/3} (d_1 + d_2)^{7/3} \quad (10)$$

عموماً، برای محاسبه توزیع اندازه قطرات فرزند، ازتابع بتا استفاده می کنند. البته تابع بتا در عمل بسیار پیچیده است. اساس رابطه زیر بر این فرض استوار است که اگر شکست قطره رخ دهد، انرژی ضربه تا جایی که امکان دارد جذب قطره می شود. سپس، این انرژی به انرژی سطحی برای تبدیل به بهترین حالت ممکن مساحت بین سطحی<sup>۱</sup> تبدیل می شود. یعنی، احتمال تشکیل مساحت بین سطحی برای قطرات فرزندی که توزیع اندازه قطرات بزرگتری دارند، بیشتر است. توزیع اندازه قطره فرزند با توجه به توزیع بتا، بر اساس قطر قطره مادر،  $d_0$ ، به دست می آید [۱۹].

$$\beta(d_0, d) = 3x_m(x_m - 1)(1 - \frac{d^3}{d_0^3})^{(x_m - 2)} \frac{d^5}{d_0^6} \quad (11)$$

در اینجا، میانگین قطر قطره فرزند است که از رابطه زیر به دست می آید:

$$x_m = 2 + 0.838 \left[ \left( \frac{d_0}{d_{crit}} \right) - 1 \right]^{1.309} \quad (12)$$

قطر بحرانی برای هر قطره که شروع به شکست می کند، از رابطه زیر به دست می آید:

$$d_{crit} = 0.65 D_R W e_R^{-0.72} \quad (13)$$

مذکور نیزین دو پارامتر، یعنی جمله نابودی و تولید در اثر فرایند شکست را به این قرار نشان داد [۳]:

$$PB^-(z, d) = r(z, d) P(z, d) \quad (14)$$

1. Interface Area  
2. Modes

مقادیر  $\sigma$  و  $\mu$  از داده‌های تجربی محاسبه می‌شوند. الگوریتم حل معادله موازنۀ جمعیت را در شکل (۱) مشاهده می‌کنید.

$$d_{\min} = d_0 < d_1 < \dots < d_9 = d_{\max} \quad (19)$$

حال می‌توان  $p(z,d,t)$  را به این قرار نوشت:

### ۳. مشخصه‌های ستون و فازها

ستون استخراج کوهنی به کار رفته در این پژوهش، یک تماس‌دهنده در مقیاس نیمه صنعتی است؛ جزء فعال این ستون از شیشه ساخته شده است تا در برابر خوردگی مقاوم باشد. ستون کوهنی دارای یک محور است که از یک الکتروموتور برای چرخاندن آن استفاده می‌شود. نمایی از ستون استخراج کوهنی را در شکل (۲) مشاهده می‌کنید. مشخصه‌های هندسی ستون و خواص فیزیکی سامانه‌های مایع-مایع مورد آزمایش، در جدول (۱) و (۲) درج شده‌اند.

$$P(t,z,d) = \sum_{k=1}^9 P_k(t,z) b_k(d) \quad (20)$$

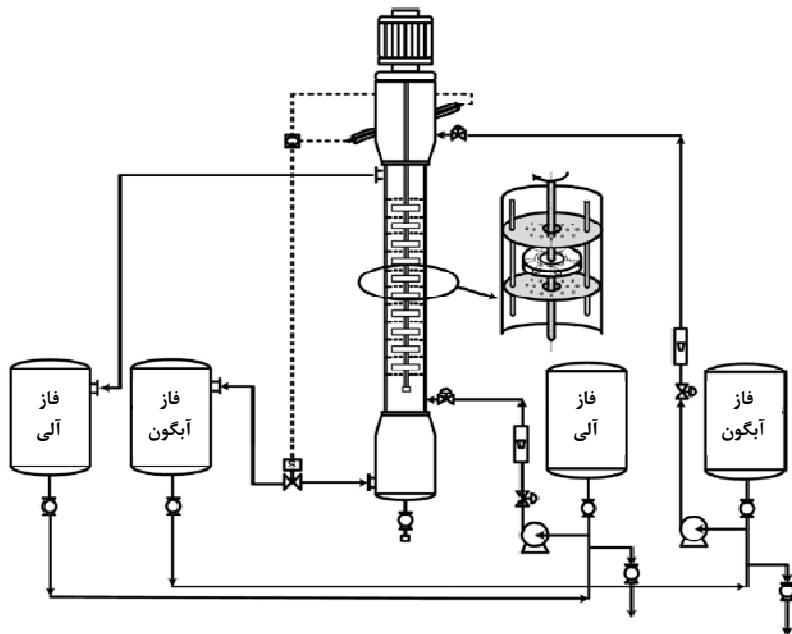
$$b_k(d) = \begin{cases} 1 & \text{if } d \in [d_{k-1}, d_k] \\ 0 & \text{if } d \notin [d_{k-1}, d_k] \end{cases}$$

پس از مستقل‌سازی رابطه از قطر قطره، گستره‌سازی در راستای مکان انجام می‌گیرد. با گستره‌سازی در راستای مکان، یک رشته معادلات دیفرانسیل جزئی به وجود خواهد آمد که این معادلات با نرم‌افزار موردنظر حل می‌شود. شرط مرزی در پایین برج از تابع توزیع لگاریتمی-طبیعی به دست می‌آید [۲۲].

$$p(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\left(\frac{(d)-\mu}{\sqrt{2\sigma}}\right)^2\right] \quad (21)$$



شکل ۱. الگوریتم روش حل موازنۀ جمعیت.



شکل ۲. نمایی از ستون استخراج کوهنی [۱۴].

جدول ۲. خصوصیات فیزیکی سامانه‌های مایع-مایع.

بوتیل استات- آب	تولوئن- آب	یکا	خواص فیزیکی
۹۹۸/۲	۹۹۸/۲	کیلوگرم بر مترمکعب	چگالی فاز پیوسته
۸۸۰/۹	۸۶۵/۲	کیلوگرم بر مترمکعب	چگالی فاز پراکنده
۱/۰۲۷۴	۰/۹۶۳۰	میلی پاسکال. ثانیه	گرانروی فاز پیوسته
۰/۷۳۴	۰/۵۸۴	میلی پاسکال. ثانیه	گرانروی فاز پراکنده
۱۴/۱	۳۶/۰	میلی نیوتن بر متر	کشش بین سطحی

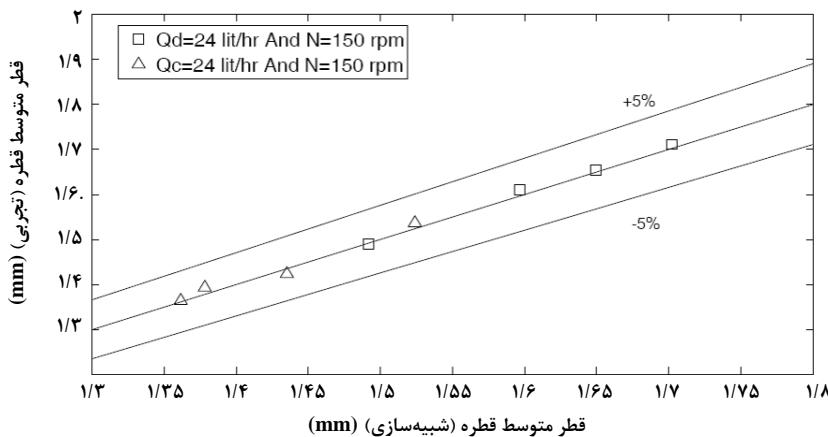
قطر قطرات نسبت به حالتی که جریان فاز پراکنده و دور الکتروموتور ثابت است، اما جریان فاز پیوسته تغییر می‌کند، کمتر است، زیرا در این حالت نیروی واپس‌کشی و مقاومت در برابر حرکت قطره کاهش می‌یابد و موجب شکست قطرات می‌شود؛ اما بهدلیل دور بالای الکتروموتور توزیع اندازه قطرات بالای نداریم و اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین قطره به کمتر از ۰/۵ میلی‌متر می‌رسد.

جدول ۱. مشخصه‌های هندسی ستون کوهنی.

اجزای ستون	یکا	ابعاد
ارتفاع ستون	متر	۰/۷۰۰۰
قطر ستون	متر	۰/۱۱۷۰۰
ارتفاع هر مرحله	متر	۰/۰۵۵۰۰
تعداد مراحل	-	۱۰
تعداد حفره‌ها در هر سینی	-	۲۷
زاویه حفره‌ها نسبت به هم	-	۴۰ درجه
ضخامت سینی	متر	۰/۰۰۲۰۰
حجم فعال ستون	مترمکعب	۰/۰۰۷۵۲

#### ۴. بحث و نتایج

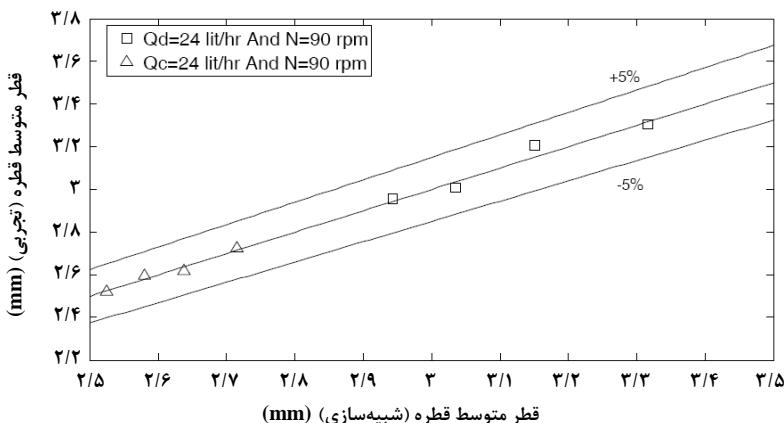
نتایج شبیه‌سازی فرایند حاضر شامل نتایج هیدرودینامیکی آند و اثر پارامترهای مختلف عملیاتی بر عملکرد ستون استخراجی را نیز دربر می‌گیرند. نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شده و دقیق مدل به کار رفته ارائه شده است. در شکل (۳)، قطر قطره محاسبه شده برای نتایج تجربی و شبیه‌سازی برای سامانه آب- بوتیل استات ارائه شده است. نتایج نشان می‌دهند که داده‌ها با هم تطبیق مطلوبی دارند. وقتی هم که جریان فاز پیوسته و تعداد دور الکتروموتور ثابت است، اما جریان فاز پراکنده تغییر می‌کند،



شکل ۳. مقایسه اندازه قطر متوسط قطره تجربی و مدلسازی برای سامانه آب - بوتیل استات.

شکل (۴) کاهش بافته است، توزیع اندازه قطرات متفاوتتری نسبت به شکل (۳) دارند و می‌توان نتیجه گرفت که دور الکتروموتور بیشترین تأثیر را بر توزیع اندازه قطرات در ستون استخراجی کوهنی دارد. برای سامانه آب - تولوئن این نتایج در جدول (۳) درج شده است.

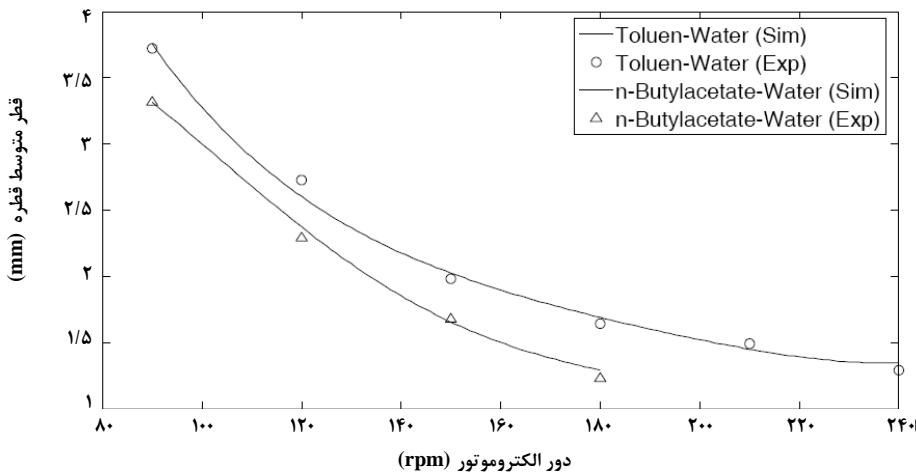
در شکل (۴) مانند شکل (۳)، وقتی جریان فاز پراکنده و دور الکتروموتور ثابت و جریان فاز پیوسته متغیر است، قطر قطرات نسبت به حالتی که جریان فاز پیوسته و دور الکتروموتور ثابت است و جریان فاز پراکنده تغییر می‌کند بیشتر است، زیرا در این حالت نیروی واپسکشی و مقاومت در برابر حرکت قطره افزایش می‌یابد و موجب ائتلاف قطرات می‌شود؛ همچنین، چون دور الکتروموتور در



شکل ۴. مقایسه اندازه قطر متوسط قطره تجربی و شبیه‌سازی برای سامانه آب - بوتیل استات.

جدول ۳. انحراف قطر قطرات شبیه‌سازی نسبت به مقادیر تجربی در سامانه آب - تولوئن.

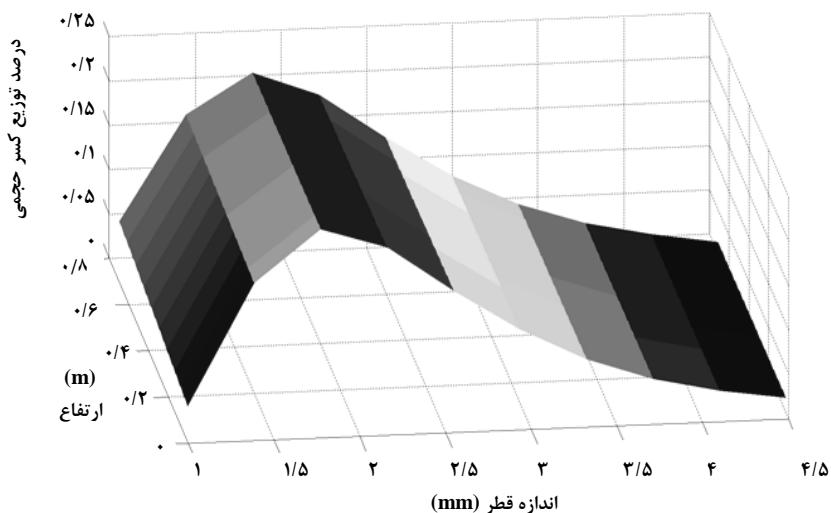
خطای حاصل از محاسبه قطر قطرات در حالت شبیه‌سازی و آزمایشگاهی (%)	جریان (لیتر بر ساعت)	دور الکتروموتور (دور بر دقیقه)
۱/۹۸۶	$Q_d = ۲۴, Q_c = ۱۸-۳۰-۳۶-۴۲$	۱۸۰
۱/۸۱۲	$Q_c = ۲۴, Q_d = ۱۸-۳۰-۳۶-۴۲$	۱۸۰
۱/۹۶۵	$Q_d = ۲۴, Q_c = ۱۸-۳۰-۳۶-۴۲$	۱۲۰
۱/۹۴۳	$Q_c = ۲۴, Q_d = ۱۸-۳۰-۳۶-۴۲$	۱۲۰



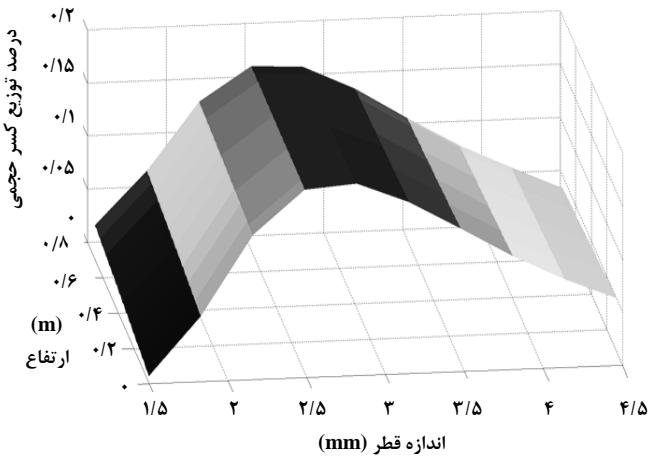
شکل ۵. تغییرات قطر میانگین با تغییر دور الکتروموتور برای سامانه آب- بوتیل استات، آب- تولوئن.

جريان هر دو فاز عمل می‌کند. در شکل‌های (۶) و (۷) توزیع حجمی قطرات بر حسب قطر قطرات و طول ستون برای دو سامانه آب- بوتیل استات و آب- تولوئن به ازای جريان برابر فاز پیوسته و گستته ترسیم شده است، همان‌طور که گفته شد، تأثیر دور الکتروموتور بیشتر از تأثیر جريان‌ها است. با توجه به این که کشش بین سطحی در سامانه آب- تولوئن بیشتر است، نیز باید توان بیشتری برای شکستن قطرات در این سیستم به کار برد شود تا به رده قطرات با قطر کوچک‌تر تبدیل شوند.

در شکل (۵)، تغییرات قطر میانگین بر حسب دور الکتروموتور برای دو سامانه آب- بوتیل استات، آب- تولوئن را مشاهده می‌کنید. با توجه به این که شرایط عملیاتی ثابت بوده، اندازه قطرات در سیستم آب- تولوئن بیشتر از سیستم آب- بوتیل استات است، که دلیل این امر به کشش سطحی بین فازی مربوط می‌شود. کشش بین سطحی آب- تولوئن تقریباً دو برابر کشش سطحی بین آب- بوتیل استات است و خود این عامل موجب افزایش نیروی واپس‌کشی و افزایش مقاومت در برابر حرکت فاز پراکنده می‌شود، و می‌توان نتیجه گرفت افزایش کشش سطحی بین فازی مانند افزایش



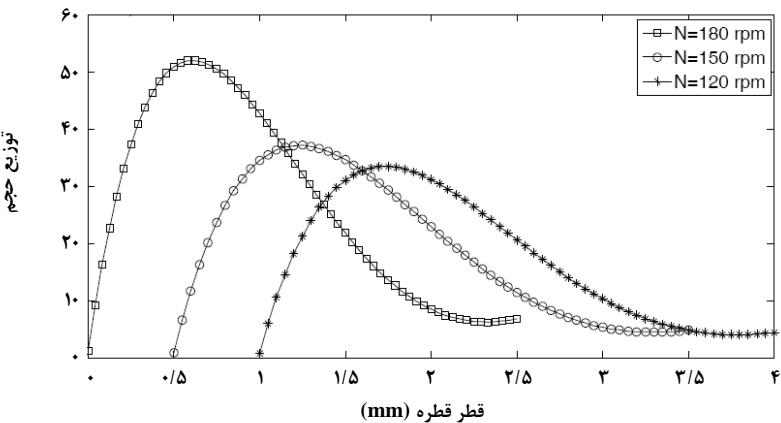
شکل ۶. توزیع حجمی قطرات برای سامانه آب- بوتیل استات در دور الکتروموتور ۹۰ (دور بر دقیقه).



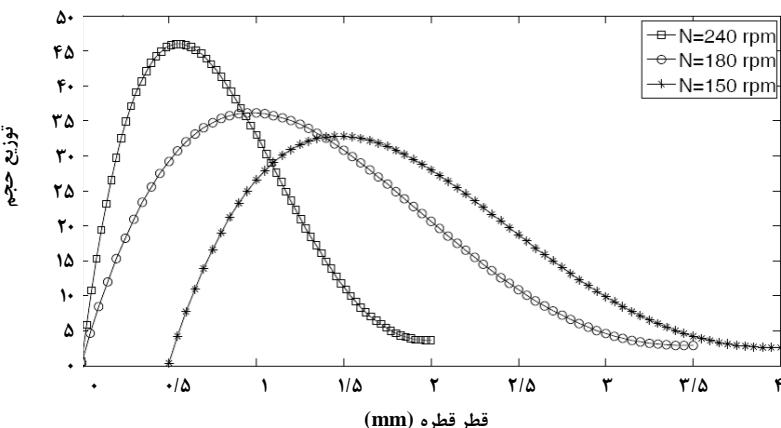
شکل ۷. توزیع حجمی قطره‌ها برای سامانه آب-تولوئن در دور الکتروموتور  $90^{\circ}$  دور بر دقیقه.

پدید می‌آید که با مقایسه دو نمودار در حالت  $N=180$  و رده دوم قطره‌ها، تغییرات تابع حجمی در سامانه آب-بوتیل استات بیشتر است.

در شکل‌های (۸) و (۹) با افزایش دور الکتروموتور فرایند شکست قطرات بر اثلاف قطرات غالب شده و اندازه رده قطره‌ها به سمت قطره‌های کوچک‌تر می‌کند. با افزایش کشش بین سطحی تمایل قطره‌ها برای اثلاف نیز بیشتر می‌شود و قطره‌های بزرگ‌تری



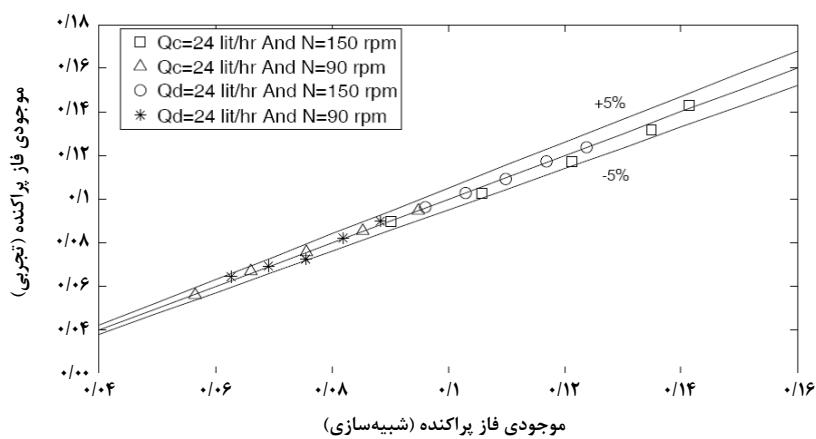
شکل ۸. نمودار تغییرات تابع حجمی توزیع قطرات بر اساس قطر قطره‌ها برای سامانه آب-بوتیل استات.



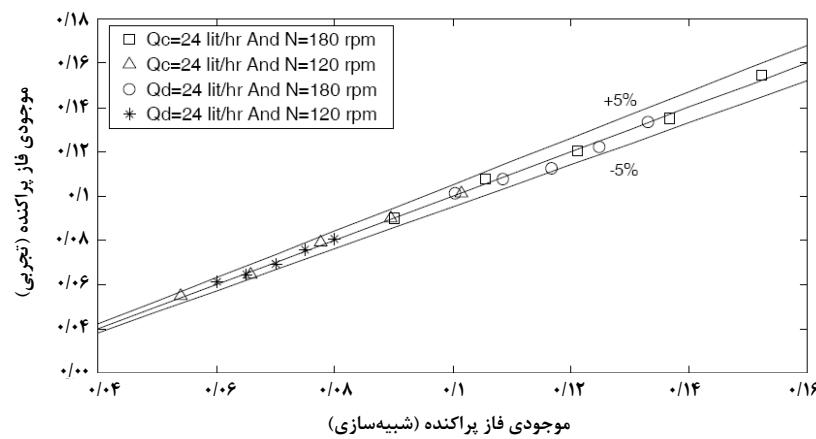
شکل ۹. نمودار منحنی تغییرات تابع حجمی توزیع قطره‌ها بر حسب قطر قطرات برای سامانه آب-تولوئن.

در شکل (۱۲)، تأثیر کشش بین سطحی دو فاز موجود و تأثیر دور الکتروموتور را مشاهده می‌کنید. با افزایش دور الکتروموتور، قطرات مادر با توجه به افزایش نیروی برشی به قطرات فرزند شکسته می‌شوند و اختلاف قطرات به کمترین مقدار خود می‌رسد. با افزایش تعداد قطرات، موجودی فاز پراکنده در ستون استخراجی افزایش می‌یابد. با افزایش کشش بین سطحی، اختلاف قطرات افزایش می‌یابد و در نتیجه موجب افزایش قطر قطرات می‌شود؛ همچنین سرعت نسبی فازها افزایش می‌یابد و این امر موجب کاهش موجودی فاز پراکنده می‌شود. نکته مهم در شکل بالا از این قرار است که افزایش دور الکتروموتور بر موجودی فاز پراکنده در سامانه آب - تولوئن که کشش بین سطحی بیشتری دارد، مؤثرer است، زیرا شکست قطرات در این سیستم بیشتر است و موجب افزایش موجودی فاز پراکنده می‌شود.

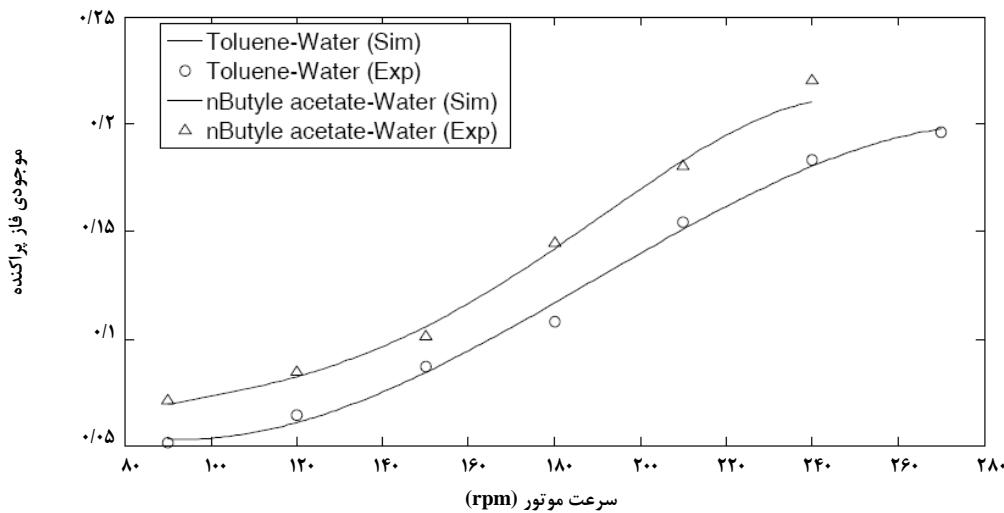
در دو شکل (۱۰) و (۱۱)، موجودی فاز پراکنده ناشی از شبیه‌سازی و آزمایش بررسی شده است. مطابق شکل، خطای ناشی از شبیه‌سازی، کمتر از ۵ درصد است. اثر جریان فاز پراکنده بر موجودی فاز پراکنده نیز بیشتر از تأثیر جریان فاز پیوسته است. با افزایش جریان فاز پیوسته، موجودی فاز پراکنده افزایش می‌یابد، زیرا مقاومت در برابر حرکت قطره‌ها و نیروی واپس‌کشی افزایش می‌یابد. با توجه به شکل، تأثیر دور الکتروموتور بر موجودی فاز پراکنده نسبت به دیگر پارامترهای عملیاتی بیشتر است و با افزایش آن هنگامی که دیگر پارامترهای عملیاتی ثابت است، موجودی فاز پراکنده نیز افزایش می‌یابد، زیرا نیروی‌های برشی افزایش می‌یابد و موجب شکست قطرات می‌شود و به همین علت قطرات با قطر کوچک‌تر پدید می‌آیند و سرعت صعودی قطرات کاهش می‌یابد؛ بنابراین، موجودی فاز پراکنده در ستون افزایش می‌یابد.



شکل ۱۰. تغییرات موجودی فاز پراکنده در شرایط مختلف عملیاتی برای سامانه آب- بوتیل استات.



شکل ۱۱. تغییرات موجودی فاز پراکنده در شرایط مختلف عملیاتی برای سامانه آب- تولوئن.



شکل ۱۲. تأثیر دور الکتروموتور بر موجودی فاز پراکنده برای سامانه آب-بوتیل استات، آب-تولوئن.

## مراجع

- [1] Thakur, N. V., "Separation of Rare Earths by Solvent Extraction" in Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review, Vol. 21, pp. 277-306, (2000).
- [2] Morello, V. S., Poffenberger, N., "Commercial Extraction Equipment", Chemical Engineering & Processing, Vol. 3, pp. 5-23, (1953).
- [3] Godfrey, J. C., Slater, M. J., "Liquid-Liquid Extraction Equipment", John Wiley & Sons pp.45-46, (1994).
- [4] Hufnagl, H., McIntyre, M., Blab, E., "Dynamic behavior and simulation of liquid-liquid extraction column", Chemical Engineering & Technology, Vol. 3, pp. 301-306, (1991).
- [5] Kumar, A., Steiner, L., Hartland, S., "Capacity and hydrodynamics of an agitated extraction column", Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 3, pp. 728-733, (1986).
- [6] Weinstein, O., Semiat, R., Lewi, D. R., "Modeling, simulation and control of liquid-liquid extraction columns", Chemical Engineering Science, Vol. 53, pp. 325-339, (1998).
- [7] Marcelo, B., Michael, J., Evaristo, C., "Reactive Extraction of Zinc Sulfate with Bis (2-ethylhexyl) phosphoric Acid in a Short Kuhni Column Used in Batch Mode" Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 42, pp. 4068-4076, (2003).
- [8] Bart, H., Meniai, A., Lehocine, M., "Assessment of drop coalescence and breakup for stirred extraction columns", Chemical Engineering & Technology, Vol. 28, pp. 552-560, (2005).
- [9] Gomes, L. N., Regueiras, P. F. R., Guimaraes, M. L., Stichlmair, J. Cruz Pinto, J. J., "Simulated and Experimental Dispersed-Phase Breakage and Coalescence Behavior in a Kuhni Liquid-Liquid Extraction Column-Steady State", Industrial & Engineering Chemistry Research, Vol. 45, pp. 3955-3968, (2006).

**۵. نتیجه‌گیری کلی**

در این پژوهش، شکست و انتلاف قطرات و تأثیر آن بر کاهش و افزایش تعداد قطرات در معادله موازنۀ جمعیت در نظر گرفته شد. بردامنه‌ترین تأثیر بر شکست قطرات، به ترتیب، مربوط به دور الکتروموتور، کشش بین سطحی، جریان فاز گستته، و جریان فاز پیوسته است. افزایش دور الکتروموتور موجب افزایش نیروی برشی و شکست قطرات می‌شود، در نتیجه، قطر قطرات کاهش می‌یابد و موجب کاهش سرعت صعودی قطرات می‌شود؛ با عنایت به این امر موجودی فاز پراکنده افزایش می‌یابد. افزایش کشش بین سطحی موجب افزایش قطر قطرات و سرعت نسبی فازها می‌شود و به کاهش موجودی فاز پراکنده می‌انجامد. با افزایش جریان هر یک از فازها، انتلاف قطرات سهم عمده‌ای در معادله موازنۀ جمعیت می‌یابد و بنابراین قطر میانگین قطرات در ستون استخراج کوهنی افزایش می‌یابد. بر اثر افزایش جریان فاز پراکنده و پیوسته موجودی فاز پراکنده ما نیز افزایش می‌یابد، زیرا با افزایش جریان فاز پراکنده، تعداد قطرات افزایش می‌یابد و مطابق تعریف موجودی فاز پراکنده، این مقدار افزایش می‌یابد. مقایسه نتایج قطر میانگین قطرات و موجودی فاز پراکنده نشان داد که اثر افزایش دور الکتروموتور در سامانه آب-بوتیل استات (کشش سطحی کم) کمتر از سامانه آب-تولوئن (کشش سطحی بالا) است که این اتفاق ناشی از محدود بودن شکست قطرات در سامانه‌ای با کشش سطحی کم پیش می‌آید.

- [10] Oliveira, N. S., Moraes Silva, D., Gondim, M. P., "A study of the drop size distributions and hold-up in short kuhni columns", .Brazilian Journal of Chemical Engineering, Vol. 25, pp. 729-741, (2008).
- [11] Rode, Sa., "Flooding characteristics of an aqueous two-phase system in a counter-current Kühni-type column" Chemical Engineering Science, Vol. 98, pp. 98-103, (2013).
- [12] Attarakiha, M., Hlawitschka, M., "A Hyperbolic Population Balance Model for Dynamic Analysis of Liquid Extraction Columns", Kuala Lumpur. ASIA, pp.25-27, (2013).
- [13] Artur, P., Marcelo, B., "Transient modeling of zinc extraction with D2EHPA in a Kühni column", Chemical Engineering Research and Design, Vol. 91, pp. 2323-2332, (2013).
- [14] Hemmati, A. R., Torab-Mostaedi, M., Asadollahzadeh, M., "Mass transfer coefficients in a Kühni extraction column" Chemical Engineering Research and Design, Vol. 93, pp.747-754, (2015).
- [15] Arshad, K., Anuar, T., Jamalludin, M., "Mathematical modelling of mass transfer in a multistage rotating disc contactor column", Faculty of Science, Vol. 21, pp. 30-35, (2006).
- [16] Casamatta, G., Vogelpohl, A., "Modeling of fluid dynamics and mass transfer in extraction column." . German chemical engineering, Vol. 6, pp. 96-103, (1985).
- [17] Bart, H., Modes, G., Rodriguez-Perancho, D., Broder, D., "Simulation of Solvent Extraction Column Fluid Dynamics from Single Droplet Parameters" .Chemical Engineering & Technology, Vol. 22, pp. 231-236, (1999).
- [18] Steiner, L., Kumar, A., Hartland, S., "Determination and correlation of axial-mixing parameters in an agitated liquid-liquid extraction column", .The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol. 6, pp. 241-247, (1988).
- [19] Wang, T., Wang, J., Jin, Y., "A novel theoretical break-up kernel function for bubble/droplets in a turbulent flow", Chemical Engineering Science, Vol. 43, pp. 4629-4637, (2003).
- [20] Schmidt, A. S., "Populationsdynamische Modellierung gerührter Extraktions-kolonnen basierend auf Einzeltropfen", Aachen: Shaker Verlag, pp.89, ( 2006).
- [۲۱] حسینی، سید میثم "مدلسازی و شبیه‌سازی دینامیکی ستون استخراج ضربه‌ای سینی‌دار"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، ص. ۴۵. (۱۳۹۱).
- [22] Oliveira, N. S., Moraes Silva, D., Gondim, M. P. C., Borges Mansur, M., "A study of the drop size distributions and hold-up in short kuhni columns", .Brazilian Journal of Chemical Engineering, Vol. 25, pp.729-741, (2008).