

# مدل سازی ریاضی انتقال جرم در فرایند آبزدایی اسمزی لوبیا سبز

بهروز عباسی سورکی\*، علی غفاری، یاسر بیات

رشت، دانشگاه گیلان، دانشکده فنی و مهندسی، بخش مهندسی شیمی

پیام نگار: b.abbasy@gmail.com

## چکیده

در این مقاله، پدیده انتقال جرم در فرایند آبزدایی اسمزی قطعات استوانه‌ای شکل لوبیاسبز در محلول آب و نمک مورد بررسی قرار گرفته است. غلظت‌های محلول اسمزی آب و نمک مورد استفاده ۱۰، ۲۰ و ۳۰ درصد وزنی، دماهای محلول ۳۰ و ۵۰ درجه سانتیگراد، نسبت ماده به محلول اسمزی کمتر از ۱:۲۰ (یک به بیست) و زمانهای انجام فرایند بین صفر تا ۶ ساعت بودند. جهت بررسی انتقال جرم در حین آبزدایی اسمزی لوبیا سبز و تخمین رطوبت از دست رفته و جامد جذب شده تعادلی در آن از یک مدل دو پارامتری استفاده شد. با استفاده از حل تحلیلی قانون دوم فیک و غلظت‌های تعادلی به دست آمده، ضرایب نفوذ موثر آب و نمک در لوبیا سبز محاسبه شدند. در شرایط عملیاتی ذکر شده مقادیر ضریب نفوذ موثر آب در محدوده  $(m^2/s) \times 10^{-10}$  و  $(m^2/s) \times 10^{-11}$  و مقادیر ضریب نفوذ موثر نمک در محدوده  $(m^2/s) \times 10^{-10}$  و  $(m^2/s) \times 10^{-11}$  تعیین شدند. با استفاده از مقادیر غلظت‌های تعادلی آب و نمک و همچنین ضرایب موثر نفوذ آب و نمک، نمودارهای تغییرات غلظت متوسط آب و نمک نسبت به زمان و همچنین توزیع غلظت آب و نمک بر حسب زمان و مکان در جهت شعاعی رسم شدند. نمودارهای توزیع آب و نمک نشان دادند که تغییرات رطوبت و نمک در ابتدا عمدتاً محدود به نواحی سطحی ماده بوده که سپس به نواحی داخلی ماده گسترش می‌یابند.

کلمات کلیدی: آبزدایی اسمزی، انتقال جرم، ضریب نفوذ، توزیع غلظت، لوبیا سبز

## ۱- مقدمه

از خشک کردن اسمزی معمولاً به عنوان یک مرحله پیش فرایندی قبل از خشک کردن توسط هوا، خشک کردن انجمادی، خشک کردن در معرض خورشید و خشک کردن تحت خلاء استفاده می‌شود. خشک کردن اسمزی از لحاظ کاهش زمان فرایند و مصرف انرژی، مفید به نظر می‌رسد. همچنین این فرایند کیفیت محصول نهایی را بهبود می‌بخشد. فرایند اسمزی در صنایع کنسروسازی و نمک سود کردن مواد غذایی نظیر گوشت و سبزیجات، بسیار مورد استفاده قرار می‌گیرد. از مزایای مهم این فرایند این است که می‌توان آن را در دمای محیط انجام داد و در نتیجه هیچ گونه آسیبی به بافت ماده غذایی نمی‌رسد و طعم و رنگ ماده غذایی را می‌توان در طی این فرایند حفظ کرد. یکی از مزایای خشک کردن اسمزی در

آبزدایی یا تغلیظ فراورده‌های غذایی از طریق غوطه وری آنها در یک محلول هیپرتونیک<sup>۱</sup> (مانند محلول کلرور سدیم، ساکارز، لاکتوز، گلیسرول) خشک کردن اسمزی نامیده می‌شود. در طی این فرایند آب ماده غذایی به علت اختلاف فشار اسمزی، از آن خارج می‌شود و نیز مقداری از ماده جامد حل شدنی به داخل ماده غذایی نفوذ می‌کند. در این فرایند، اختلاف پتانسیل شیمیایی در دو طرف غشاء نیمه تراوا، مابین ماده و محلول اسمزی نیروی محرکه انتقال جرم است [۱].

1- Hypertonic

مدل ارائه شده است [۱۰، ۳] که از بین این مدلها مدل دو پارامتری آزورا و همکاران [۳] بیشتر مورد استفاده محققین قرار گرفته است. شایان ذکر است که در این تحقیق نیز جهت تخمین غلظتهای تعادلی از این مدل استفاده شده است.

## ۲- نظریه

### ۲-۱ محاسبه غلظت تعادلی آب و نمک در لویا سبز

مدل ارائه شده توسط آزورا و همکاران [۳] جهت محاسبه غلظت تعادلی آب و نمک در ماده غذایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مدل با استفاده از موازنه جرم برای آب و جامد حل شده، آهنگ از دست دادن آب<sup>۷</sup> و جذب جامد<sup>۸</sup> توسط ماده غذایی بر حسب زمان به دست می‌آید:

$$WL_t = \frac{S_1 t (WL_\infty)}{1 + S_1 t} \quad (1)$$

$$SG_t = \frac{S_2 t (SG_\infty)}{1 + S_2 t} \quad (2)$$

که در روابط بالا  $WL_t$  و  $SG_t$  به ترتیب کسر آب خارج شده و کسر جامد جذب شده توسط ماده در زمان  $t$  و  $WL_\infty$  و  $SG_\infty$  کسر آب خارج شده و کسر جامد جذب شده تعادلی توسط ماده می‌باشند. همچنین  $S_1$  و  $S_2$  ثابتهای مدل مربوط به آب خارج شده و ماده جامد جذب شده و  $t$  زمان می‌باشد. معادله ۱ و ۲ را می‌توان به صورت خطی نوشت:

$$\frac{t}{WL_t} = \frac{1}{S_1 WL_\infty} + \frac{t}{WL_\infty} \quad (3)$$

$$\frac{t}{SG_t} = \frac{1}{S_2 SG_\infty} + \frac{t}{SG_\infty} \quad (4)$$

مقادیر  $WL_\infty$  و ثابت مدل  $S_1$  از شیب و عرض از مبدا خط حاصله از رسم داده‌های تجربی  $t/WL_t$  بر حسب  $t$  و با استفاده از آب از دست رفته از ماده غذایی در زمانهای مختلف، به دست می‌آید.

7. Water Loss  
8. Solid Gain

آمیزش افزودنیهای غذایی به محصول است. افزودن یک عامل آنتی میکروبی، آنتی اکسیدان و اسید آلی به محلول اسمزی نه تنها باعث دفع آب از محصول می‌گردد، بلکه باعث آمیخته شدن افزودنی‌های غذایی به محصول نیز می‌شود. از مالتودکسترین و لاکتوز به عنوان عاملهای اسمزی که منجر به شیرینی کمی می‌شوند در محلولی که احتیاج به شیرینی کمتری نسبت به میوه‌ها دارند، استفاده می‌شود [۲].

تاکنون تحقیقات زیادی جهت بررسی مکانیسم انتقال جرم و مدل کردن آن در حین فرایند آبدیاسمی صورت گرفته است و مدلهای متعددی نیز توسط محققین ارائه شده است که از میان آنها مدل دو پارامتری ارائه شده توسط آزورا<sup>۱</sup> و همکاران [۳] و همچنین بررسی‌های انجام شده بر روی آبدیاسمی اسمزی سیب توسط (کایماک- ارتکین)<sup>۲</sup> و سلطان اوغلو<sup>۳</sup> [۴] و نیز آزورا و همکاران [۵]، آبدیاسمی اسمزی هویج توسط سینگ<sup>۴</sup> و همکاران [۶]، آبدیاسمی اسمزی پیاز توسط سوتار و گوپتا<sup>۵</sup> [۷] و آبدیاسمی هندوانه توسط فالاد<sup>۶</sup> و همکاران [۸] شایان توجه اند. در مطالعات انجام شده توسط این محققین، فرایند آبدیاسمی توسط محلول ساکاروز یا نمک و یا مخلوط ساکاروز و نمک صورت گرفته است. در این مطالعات، اثر دما و غلظت محلول بر روی میزان حذف آب و جذب جامد بررسی شده و نیز ضریب نفوذ آب و ماده حل شونده محاسبه گردید. لازم به ذکر است که در تمامی تحقیقات فوق مقاومت تعیین کننده در مقابل انتقال جرم در فاز جامد در نظر گرفته شده و از مقاومت خارجی در محلول صرف نظر شده است.

پارامترهای مهمی که در بررسی و مدل کردن انتقال جرم در فرایند آبدیاسمی اسمزی بایستی مورد توجه قرار گیرند عبارتند از: غلظت و ترکیب محلول اسمزی، دما، مدت قرارگیری ماده غذایی در داخل محلول اسمزی، اقدامات اولیه‌ای که بر روی ماده غذایی صورت می‌گیرد، شدت به هم زدن محلول، ماهیت و هندسه ماده غذایی و نسبت حجمی ماده غذایی به حجم محلول [۹]. مسأله دیگری که در بررسی این فرایند مهم است، پیدا کردن غلظتهای تعادلی ماده حل شونده و آب در ماده غذایی می‌باشد. در این خصوص تاکنون چندین

1. Azuara  
2. Kaymak-Ertekin  
3. Sultanoglu  
4. Singh  
5. Sutar and Gupta  
6. Falade

$$\ln(SR) = \ln\left(\frac{SG_{\infty} - SG_t}{SG_{\infty}}\right) = \frac{4}{\mu_1^2} - \left(\frac{\mu_1^2 D_{es}}{R^2}\right)t \quad (9)$$

در نتیجه ضریب نفوذ موثر آب ( $D_{ew}$ ) و نمک ( $D_{es}$ ) به ترتیب از شیب‌های خطوط  $\ln(MR)$  و  $\ln(SR)$  بر حسب زمان  $t$  محاسبه می‌شوند.

### ۳-۲ توزیع غلظت نمک و آب در حین فرایند آب‌زدایی

یک استوانه همگون را که طول ( $L$ ) آن چندین برابر قطر آن ( $2R$ ) باشد به طوری که تبادل جرم از دو انتهای استوانه نسبت به سطح جانبی محذب آن قابل اغماض باشد یک استوانه نامحدود می‌نامند. در این صورت حرکت رطوبت و نمک در بدنه این استوانه را می‌توان فقط در یک جهت و آن هم در جهت شعاع در نظر گرفت. با فرض ثابت بودن خواص فیزیکی استوانه در حین خشک شدن، تغییرات غلظت آب و نمک در استوانه توسط قانون دوم فیک در مختصات استوانه‌ای و شرایط اولیه و مرزی مربوطه زیر تخمین زده می‌شود:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_{er} \left( \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad C = C(r,t) \quad 0 \leq r \leq R \quad t \geq 0 \quad (10)$$

$$C(r,0) = C_0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial C}{\partial r} = 0 \quad \text{at } r = 0 \quad (12)$$

$$C(r,t) = C_e \quad \text{at } r = R \quad (13)$$

که در این معادلات  $C$  بیانگر غلظت،  $R$  شعاع خارجی استوانه،  $r$  فاصله شعاعی از محور استوانه،  $t$  بیانگر زمان و همچنین  $C_0$  و  $C_e$  به ترتیب غلظت تعادلی و غلظت اولیه می‌باشند. حل تحلیلی این معادله دیفرانسیل توسط کرانک به صورت زیر گزارش شده است [۱۱]:

$$\frac{C(r,t) - C_e}{C_0 - C_e} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n j_0(\mu_n \frac{r}{R}) \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{er} t}{R^2}) \quad (14)$$

همچنین، و به روش مشابه، مقادیر  $SG_{\infty}$  و ثابت مدل  $S_2$  از شیب و عرض از مبدا خط حاصله از رسم داده‌های تجربی  $t/SG_t$  بر حسب  $t$  و با استفاده از جامد جذب شده توسط ماده غذایی در زمانهای مختلف، به دست می‌آید.

### ۲-۲ محاسبه ضرایب نفوذ موثر آب و نمک در لوبیا سبز

میزان آب از دست رفته و نمک جذب شده توسط ماده غذایی به شکل استوانه نامحدود در هر زمان توسط قانون دوم فیک در مختصات استوانه‌ای با شرایط مرزی مناسب به صورت زیر محاسبه می‌شود (کرانک [۱۱]):

$$\frac{WL_{\infty} - WL_t}{WL_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ew} t}{R^2}) \quad (5)$$

$$\frac{SG_{\infty} - SG_t}{SG_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\mu_n^2 \frac{D_{es} t}{R^2}) \quad (6)$$

که در روابط بالا  $D_{ew}$  و  $D_{es}$  به ترتیب ضریب نفوذ موثر آب و نمک می‌باشند و:

$$B_n = \frac{4}{\mu_n^2} \quad (7)$$

که مقادیر  $\mu_n$  در رابطه (۷) عبارتند از:  $\mu_1 = 2.4048$ ،  $\mu_2 = 5.5201$ ،  $\mu_3 = 8.6537$ ،  $\mu_4 = 11.7915$  و غیره. لازم به ذکر است که به ازای  $n > 5$ ، مقدار  $\mu_{n+1} - \mu_n$  به عدد پی نزدیک می‌شود. از مقادیر  $\mu_n$  چنین بر می‌آید که سری فوق به سرعت به سوی همگرایی میل می‌کند. به عبارت دیگر تابع نمایشی  $\exp(-\mu_n^2 \frac{D_{ew} t}{R^2})$  به سرعت رو به کاهش بوده و به همین دلیل برای مقادیر کوچک عدد فوریه ( $Fo = D_{ew} t / R^2$ ) در نظر گرفتن یک جمله از سری فوق کافی است. در نتیجه با در نظر گرفتن جمله اول سریها چنین خواهیم داشت:

$$\ln(MR) = \ln\left(\frac{WL_{\infty} - WL_t}{WL_{\infty}}\right) = \frac{4}{\mu_1^2} - \left(\frac{\mu_1^2 D_{ew}}{R^2}\right)t \quad (8)$$

1. Crank

که در آن:

$$A_n = \frac{2}{\mu_n j_1(\mu_n)} \quad (15)$$

و  $\mu_n$  ریشه معادله بسل درجه صفر از نوع اول است.

$$j_0(\mu_n) = 0 \quad (16)$$

متوسط مقدار رطوبت را می‌توان با انتگرال گیری از رابطه (۱۴) در هر زمان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\bar{C}(t) = \frac{2}{R^2} \int_0^R C(r,t) r dr \quad (17)$$

پس از جایگزین کردن  $C(r, \theta)$  از معادله (۱۴) و آگاهی از اینکه:

$$\frac{2}{R^2} \int_0^R j_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) r dr = \frac{2}{\mu_n} j_1(\mu_n) \quad (18)$$

چنین خواهیم داشت:

$$C^*(t) = \frac{\bar{C}(t) - C_e}{C_0 - C_e} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp\left(-\mu_n^2 \frac{D_{eff} t}{R^2}\right) \quad (19)$$

### ۳- مواد مورد استفاده و روش انجام کار

#### ۳-۱- مواد مورد استفاده

در این تحقیق، لوبیا سبز تازه، بعمل آمده در رشت جهت بررسی انتخاب شده است. جهت تکرار احتمالی نتایج، این محصول از محل مشخصی تهیه گردید. در محصول تهیه شده، نمونه‌ها به گونه‌ای انتخاب شدند که قطر متوسط همه آنها در حدود  $8 \pm 0.5$  میلی‌متر باشد. لوبیاهایی با اندازه‌های مناسب انتخاب و شسته شد و سریعاً با پارچه‌های نم‌گیر رطوبت سطحی آن‌ها گرفته شد. قبل از انجام آزمایش‌ها، جهت تثبیت رطوبت در آنها، نمونه‌ها به مدت ۲۴ ساعت در یک ظرف دردار پلاستیکی در یخچال و در دمای ۴ درجه سلسیوس نگهداری شدند. پس از آن توسط یک چاقوی تیز دو سر لوبیاهای قطع شد و فقط قسمت میانی که استوانه‌ای شکل است جهت تهیه نمونه‌ها مورد استفاده قرار گرفت. لوبیاهای به طول ۶ سانتیمتر

تهیه شدند تا فرض استوانه نامحدود برقرار باشد و برای اطمینان بیشتر از صحت فرض استوانه نامحدود، دو انتهای لوبیاهای با لایه بسیار نازکی از چسب سیلیکونی آبی مسدود شد. رطوبت اولیه اندازه گیری شده لوبیا سبزها بین ۹۱٪ تا ۹۲٪ بر اساس وزن مرطوب بود. از محلول کلرور سدیم به عنوان محلول اسمزی استفاده گردید. محلول کلرور سدیم از حل کردن نمکهای خوراکی معمولی که همگی از یک محل خریداری شده بودند در درون آب مقطر تهیه گردید. محلولهای کلرور سدیم در سه غلظت ۱۰٪ و ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی تهیه شدند.

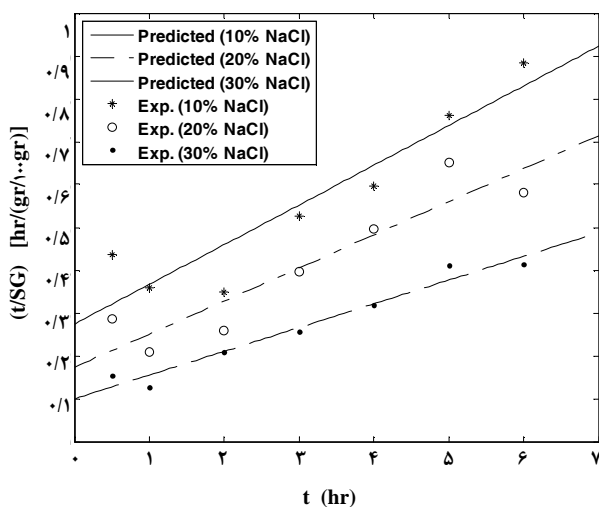
#### ۳-۲ روش آزمایش

ابتدا لوبیا با یک ترازوی دقیق وزن شد ( $W_0$ ) و به این لوبیا یک ظرف اختصاص داده شد. این ظرف نیز بوسیله همان ترازو توزین شد. ( $W_p$ ) محلولهای اسمزی در سه غلظت ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی تهیه شدند. محلول اسمزی با غلظت مورد نظر در یک ارلن ریخته شد و تا حجمی مناسب که مانع از اختلاط کافی نشود پر شد. نسبت حجمی محلول اسمزی به لوبیا بیشتر از بیست به یک انتخاب شد تا بتوان فرض کرد که غلظت محلول در طول فرایند ثابت می‌ماند. پس از انداختن یک همزن مغناطیسی<sup>۱</sup> در داخل محلول، این مجموعه بر روی یک گرم کننده الکتریکی<sup>۲</sup> دارای کنترلر دما و همزن مغناطیسی قرار داده شد و کنترلر دما و سرعت اختلاط همزن مغناطیسی در آن تنظیم شد. پس از آنکه شرایط دمایی و اختلاط محلول به حالت پایا و ثابت رسید نمونه لوبیا سبز توزین شده به داخل محلول انداخته شد. شکل (۱) نشان‌دهنده مجموعه گرم‌کننده الکتریکی، ارلن، لوبیا، همزن مغناطیسی و محلول اسمزی جهت انجام آزمایشهاست.

پس از طی شدن زمان مورد نظر (بازه‌های زمانی ۰/۵، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ساعت) ارلن از روی گرم کننده برداشته شد و نمونه لوبیا با آب مقطر شستشو داده شد تا نمک‌های سطحی روی لوبیا پاک شوند. سپس رطوبت سطحی لوبیا با استفاده از پارچه‌های نم‌گیر خشک شد. این لوبیا تحت عنوان "لوبیای پس از اسمز" توسط همان ترازوی مذکور وزن شد و عدد نمایش داده شده تحت عنوان وزن نمونه پس از زمان t ( $W_t$ ) ثبت گردید. لوبیای پس از اسمز در ظرف

1. Magnet  
2. Heater

مدل آزورا و توسط معادلات (۳) و (۴) محاسبه می‌شوند. محاسبات، برازش منحنی‌ها و تحلیل خطا توسط کد نوشته شده با نرم افزار متلب<sup>۲</sup> انجام شد. مقادیر  $WL_{\infty}$  از شیب خط حاصله از رسم نمودار  $(t/WL_t)$  در مقابل  $t$  با استفاده از  $WL_t$  به دست آمده از داده‌های تجربی آب از دست رفته از ماده غذایی در زمانهای مختلف، به دست می‌آید. به روش مشابه مقادیر  $SG_{\infty}$  از شیب خط حاصله از رسم نمودار  $(t/SG_t)$  در مقابل  $t$  با استفاده از  $SG_t$  به دست آمده از داده‌های تجربی جامد جذب شده توسط ماده غذایی در زمانهای مختلف، به دست می‌آید. شکل‌های (۲) و (۳) خطوط  $(t/WL_t)$  و  $(t/SG_t)$  در مقابل  $t$  در دمای ۵۰ درجه سلسیوس و در سه غلظت ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی محلول آب نمک می‌باشند. همچنین شکل‌های (۴) و (۵) تغییرات  $SG_t$  و  $WL_t$  را با زمان در دمای ۵۰ درجه سلسیوس و در سه غلظت ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی محلول آب نمک نشان می‌دهند. مقایسه مقادیر تجربی و نیز مقادیر پیش بینی شده توسط مدل آزورا در این شکلها نشان‌دهنده تطبیق خوب داده‌های تجربی با مدل آزورا می‌باشد. شکل‌های (۴) و (۵) نشان می‌دهند که با افزایش غلظت نمک در آب میزان حذف آب و نیز جذب نمک افزایش می‌یابند.



شکل ۲- نمودار  $(t/SG)$  برحسب زمان برای لوبیا در دمای ۵۰ °C و غلظتهای ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلول

پس از محاسبه غلظتهای تعادلی آب و نمک در لوبیا یعنی  $WL_{\infty}$  و  $SG_{\infty}$  توسط معادلات (۸) و (۹) ضریب نفوذ موثر آب ( $D_{ew}$ ) و نمک



شکل ۱- مجموعه اجاق (گرم‌کن)، ارلن، لوبیا، همزن مغناطیسی و محلول اسمزی

مربوطه در داخل اجاق الکتریکی<sup>۱</sup> در دمای حدود ۹۰ درجه سلسیوس قرار داده شد و پس از گذشت ۲۴ ساعت، ظرف حاوی لوبیای خشک شده با همان ترازو توزین گردید و به عنوان وزن ظرف و جامد خشک  $(W_p+S_t)$  در نظر گرفته شد. درصد آبدایی  $(WL)$  و جذب جامد  $(SG)$  در حین آبدایی اسمزی از روابط زیر به دست می‌آیند [۶]:

$$\%WL = WL_t = \frac{(W_0 - W_t) + (S_t - S_0)}{W_0} \times 100 \quad (20)$$

$$\%SG = SG_t = \frac{(S_t - S_0)}{W_0} \times 100 \quad (21)$$

که در روابط بالا  $S_0$  جرم جامد خشک اولیه در ماده می‌باشد. آزمایش‌ها در دو دمای ۳۰ و ۵۰ درجه سلسیوس انجام شدند و جهت اطمینان و حذف خطای احتمالی، توسط نمونه‌های مشابه و زمانهای آبدایی یکسان دو بار تکرار گردید و متوسط نتایج به عنوان داده تجربی در نظر گرفته شد.

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱ محاسبه غلظتهای تعادلی و ضرایب نفوذ شعاعی آب و

##### نمک در لوبیا سبز

غلظتهای تعادلی آب و نمک در لوبیا یعنی  $WL_{\infty}$  و  $SG_{\infty}$  با توجه به

2. MATLAB

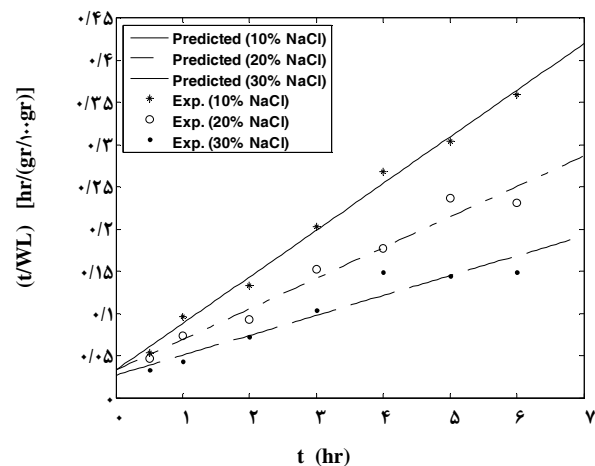
1. Oven

( $D_{es}$ ) به ترتیب از شیب‌های خطوط  $\ln(MR)$  و  $\ln(SR)$  بر حسب زمان  $t$  محاسبه می‌شوند. نتایج این محاسبات در دو دمای ۳۰ و ۵۰ درجه سلسیوس و در سه غلظت ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی محلول آب نمک در جدول (۱) ارائه شده است. در این جدول مقادیر خطای میانگین<sup>۱</sup> (RMSE) و پارامتر  $R^2$  مربوط به خطی کردن داده‌های تجربی با معادلات مربوط به مدل آژورا نیز ارائه شده است. مقدار خطای میانگین که همراه با پارامتر  $R^2$  معیار درستی و انطباق مدل پیشنهادی با داده‌های تجربی است توسط نرم افزار متلب محاسبه شده اند. نزدیکی پارامتر  $R^2$  به عدد یک و نزدیکی RMSE به عدد صفر بیانگر صحت و دقت برازش مدل بر روی داده‌های تجربی است. اکثر مقادیر خطای میانگین RMSE و پارامتر  $R^2$  در جدول (۱) نشان‌دهنده انطباق درست مدل با داده‌های تجربی می‌باشند. در این جدول،  $D_{ew}$  ضریب نفوذ موثر شعاعی آب در لوبیا و  $D_{es}$  ضریب نفوذ موثر شعاعی نمک در لوبیا می‌باشد و  $WL^\infty$  و  $SG^\infty$  که به ترتیب مقادیر تعادلی رطوبت و نمک جذب شده در لوبیا می‌باشند برحسب گرم رطوبت و یا ماده جامد به ازای هر ۱۰۰ گرم لوبیای مرطوب اولیه گزارش شده است و نیز منظور از غلظت نیز غلظت محلول اسمزی می‌باشد که بر حسب درصد وزنی نمک در محلول بیان شده است. مقادیر غلظتهای تعادلی و ضرایب نفوذ نشان می‌دهند که با افزایش غلظت نمک در آب و همچنین افزایش دما، میزان حذف آب و نیز جذب نمک افزایش می‌یابند و ضرایب نفوذ زیادتر می‌شوند. نتایج به دست آمده توسط محققین دیگر نیز [۴-۸] این نتایج را تأیید می‌کنند.

#### ۲-۴ رسم نمودارهای تغییرات غلظت متوسط با زمان

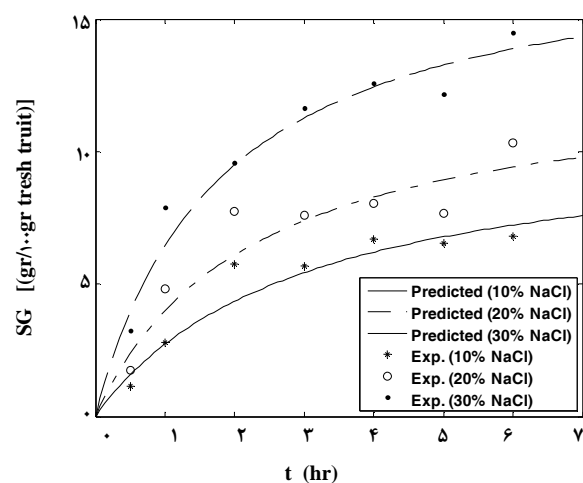
شکل‌های (۶) و (۷) نمودار تغییرات غلظت متوسط بی بعد رطوبت و نمک ( $C^*$ ) در لوبیا با زمان در دمای ۵۰ درجه سلسیوس و در سه غلظت ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ وزنی می‌باشند. مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده غلظت‌ها توسط معادله (۱۹) و مقادیر تجربی نشان‌دهنده صحت مدل ریاضی ارائه شده می‌باشد. شکل‌ها نشان می‌دهند که اگر چه مقادیر تجربی و پیش‌بینی شده توسط مدل کاملاً بر هم منطبق نیستند اما مدل ریاضی مربوطه روند کلی تغییرات غلظت‌ها را با تقریب خوبی پیش‌بینی می‌کند.

<sup>۱</sup>. Root Mean Square Error (RMSE)



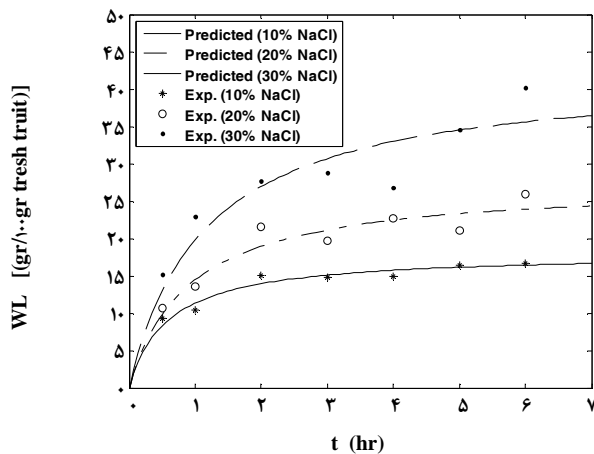
شکل ۳- نمودار  $(t/WL)$  برحسب زمان برای لوبیا در دمای ۵۰ °C

و غلظت‌های ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلول



شکل ۴- نمودار SG برحسب زمان برای لوبیا در دمای ۵۰ °C

و غلظت‌های ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلول

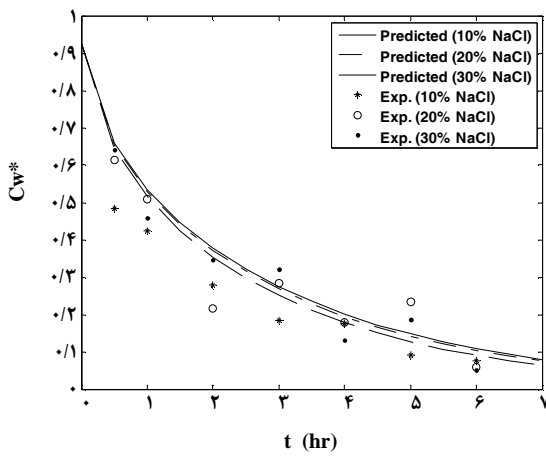
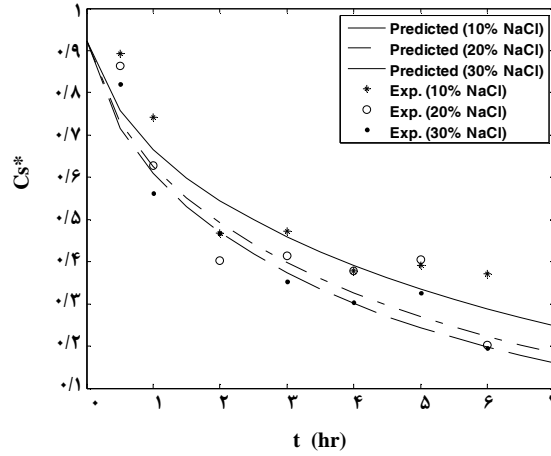


شکل ۵- نمودار WL برحسب زمان برای لوبیا در دمای ۵۰ °C و

غلظت‌های ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلول

جدول ۱- غلظت‌های تعادلی و ضرایب نفوذ شعاعی آب و نمک در لوبیا سبز

$D_{ew} \times 10^{10}$ ( $m^2/s$ )	$D_{es} \times 10^{10}$ ( $m^2/s$ )	$R^2$ مربوط به WL	RMSE مربوط به WL	$WL^\infty$ (gr/100gr)	$R^2$ مربوط به SG	RMSE مربوط به SG	$SG^\infty$ (gr/100gr)	غلظت (درصد وزنی)	دما ( $^\circ C$ )
۱/۷۷۶۴	۱/۱۲۵۹	۰/۹۴	۰/۰۳۶	۱۵/۸۶۸	۰/۷۷	۰/۲۰۳	۶/۰۰۵	۱۰	۳۰
۲/۰۴۸۰	۱/۲۲۲۳	۰/۹۴	۰/۰۲۵	۲۱/۷۴۴	۰/۹۱	۰/۰۸۰	۸/۶۲۶	۲۰	
۲/۱۸۶۶	۱/۳۶۰۹	۰/۹۸	۰/۰۱۰	۲۶/۴۹۱	۰/۹۴	۰/۰۵۰	۱۱/۳۲۰	۳۰	
۲/۴۶۳۵	۱/۱۷۰۱	۰/۹۹	۰/۰۱۰	۱۸/۰۷۵	۰/۸۷	۰/۰۸۰	۱۰/۷۸۵	۱۰	۵۰
۲/۵۲۷۷	۱/۵۰۸۸	۰/۹۶	۰/۰۱۵	۲۷/۵۴۳	۰/۸۶	۰/۰۶۹	۱۲/۹۳۳	۲۰	
۲/۷۰۷۴	۱/۶۶۶۹	۰/۹۲	۰/۰۱۶	۴۲/۳۹۵	۰/۹۶	۰/۰۲۵	۱۸/۰۲۹	۳۰	

شکل ۷- تغییرات غلظت بی بعد آب در لوبیا در دمای  $50^\circ C$  و غلظت‌های ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلولشکل ۸- تغییرات غلظت بی بعد نمک در لوبیا در دمای  $50^\circ C$  و غلظت‌های ۱۰٪، ۲۰٪ و ۳۰٪ محلول

$$\varphi(x,0) = 1 \quad (24)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0 \quad x=0, \quad \tau > 0 \quad (25)$$

$$\varphi(x,\tau) = 0 \quad x=1, \quad \tau > 0 \quad (26)$$

با استفاده از مقادیر ضرایب نفوذ و غلظت‌های تعادلی به دست آمده این معادلات، حل می‌شوند و سپس نمودارهای تغییرات غلظت (تابع  $\varphi$ ) بر حسب زمان بی بعد ( $\tau$ ) و یا مکان بی بعد ( $x$ ) رسم

### ۳-۴ توزیع غلظت رطوبت و نمک در لوبیا سبز

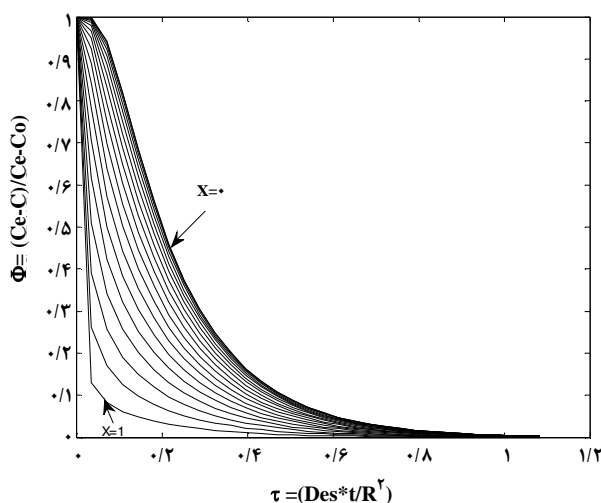
به منظور رسم توزیع غلظت، ابتدا معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی و اولیه مربوط به نفوذ در داخل استوانه را (معادلات ۱۰ تا ۱۳) با تغییر متغیرهای مناسب زیر:

$$\varphi = \frac{C - C_e}{C_0 - C_e}; \quad x = \frac{r}{R}; \quad \tau = \frac{D_{ef} t}{R^2} \quad (22)$$

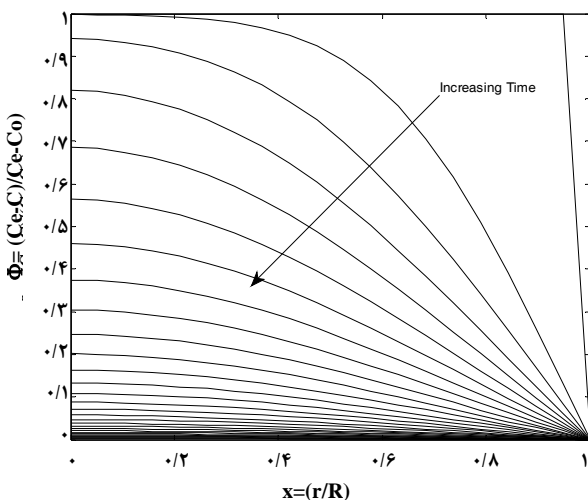
به صورت بی بعد درمی‌آوریم:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( x \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right); \quad \varphi = \varphi(x, \tau); \quad 0 \leq x \leq 1; \quad \tau \geq 0 \quad (23)$$

سه بعدی (۹) را نشان می‌دهند. در این نمودارها هر چه مقدار  $x$  افزایش یابد، یعنی به سطح استوانه نزدیکتر می‌شویم مقدار  $\phi$  به صفر نزدیکتر می‌شود و در واقع، غلظت آب و نمک به غلظت تعادلی نزدیکتر شود تا در نهایت در سطح لویا وقتی که  $x=1$  می‌شود و یا  $r=R$ ، مقدار غلظت بی بعد برابر صفر می‌شود و مقدار غلظت به مقدار تعادلی خود می‌رسد ( $C(R,t) = C_e$ ). شکل‌ها نشان می‌دهند که در تمامی زمانها بیشترین سرعت تغییرات مربوط به نقاط نزدیک سطح استوانه می‌باشد. با افزایش  $x$  (یعنی نزدیک شدن به سطح استوانه) شیب منحنیها افزایش می‌یابد و این به معنای افزایش سرعت تغییرات غلظت می‌باشد.

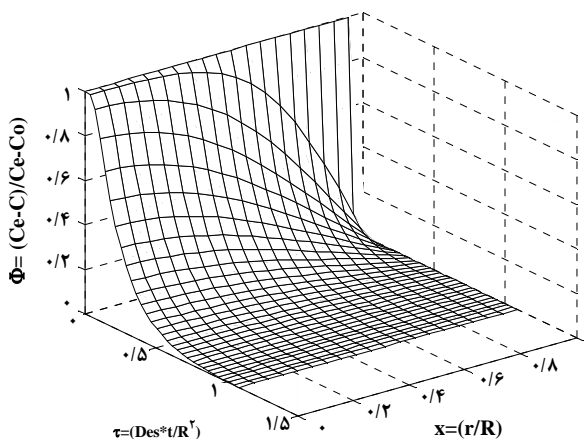


شکل ۸- نمودار دو بعدی تغییرات  $\phi$  بر حسب  $\tau$  و  $x$  برای نمک

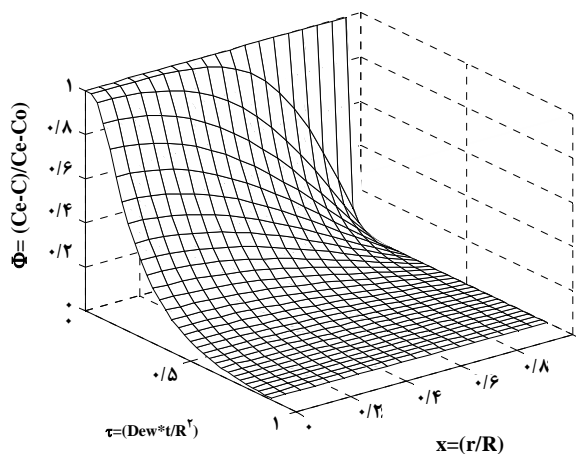


شکل ۹- نمودار دو بعدی تغییرات  $\phi$  بر حسب  $x$  و  $\tau$  برای رطوبت

می‌شوند. با توجه به اینکه نمودارها در دماها و غلظتهای مختلف مشابهند، توزیع غلظت به عنوان نمونه در دمای ۵۰ درجه سلسیوس و غلظت ۳۰٪، برای نمک و نیز رطوبت رسم می‌شوند. شکل‌های (۸) و (۹) نمودارهای سه بعدی تغییرات غلظت را بر حسب  $x$  و  $\tau$  نشان می‌دهند. در این شکل‌ها غلظت بی بعد بر حسب زمان و مکان (بی بعد) رسم شده‌اند.



شکل ۱۰- نمودار سه بعدی  $\phi$  بر حسب  $x$  و  $\tau$  برای نمک



شکل ۱۱- نمودار سه بعدی  $\phi$  بر حسب  $x$  و  $\tau$  برای رطوبت

شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نمای سمت چپ و راست شکل سه بعدی (۸) را نشان می‌دهند که به ترتیب بیانگر نمودار تغییرات غلظت نمک بر حسب زمان برای نفوذ مواد در  $x$ ‌های مختلف و نمودار تغییرات غلظت نمک بر حسب مکان در  $t$ ‌های مختلف می‌باشند. به طور مشابه شکل‌های (۱۲) و (۱۳) نمای سمت چپ و راست شکل



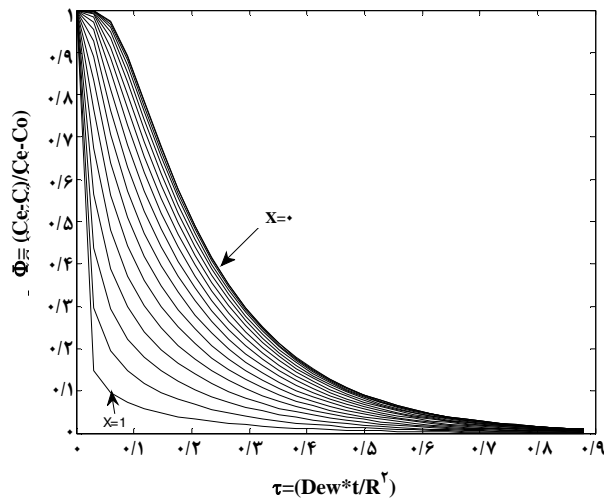
افزایش زمان از سرعت تغییرات غلظت کاسته شده و به حالت تعادل نزدیک می‌شویم و در نهایت در زمانهای طولانی، شیب این منحنی‌ها به صفر می‌رسد که بیانگر حالت تعادل می‌باشد.

### ۵- نتیجه‌گیری

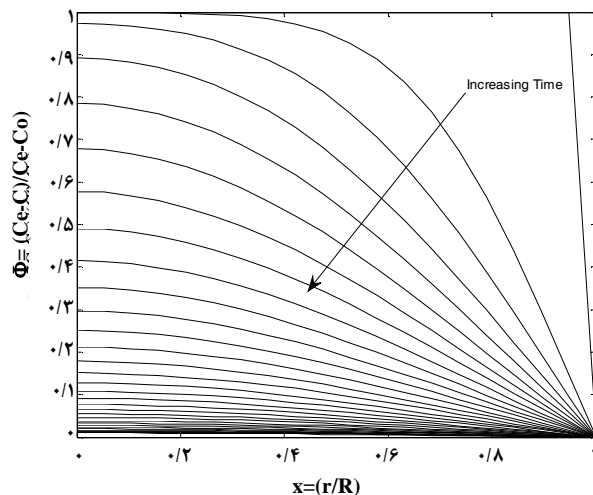
نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که میزان نفوذ آب و نمک در فرایند آب زدایی اسمزی لوبیا سبز به خوبی با مدل آزورا قابل تطبیق و پیش بینی است. نتایج تجربی و مدل پیشنهادی نشان می‌دهند که با افزایش غلظت نمک در آب و همچنین افزایش دمای محلول، میزان حذف آب و جذب نمک و در نتیجه غلظت‌های تعادلی آب و نمک، و همچنین، ضرایب نفوذ موثر آب و نمک افزایش می‌یابند. توزیعهای غلظت آب و نمک در لوبیا نشان می‌دهند که بیشترین سرعت انتقال جرم مربوط به زمانهای اولیه فرایند می‌باشد. همچنین منحنی‌های غلظت نشان‌دهنده آن است که بیشترین سرعت تغییرات غلظت و یا به عبارتی بیشترین سرعت انتقال جرم در یک استوانه نامحدود در سطح استوانه رخ می‌دهد که در تماس مستقیم با محلول اسمزی می‌باشد و هر چه به سمت مرکز استوانه پیش می‌رویم از سرعت تغییرات غلظت کاسته می‌شود. مقایسه غلظتهای متوسط نمک و رطوبت به دست آمده توسط مدل با نتایج تجربی نشان می‌دهد که در حین آبدایی اسمزی لوبیا سبز در محلول آب نمک، مقاومت کنترل کننده در مقابل انتقال جرم، مقاومت در فاز جامد است و در نتیجه فرض غلظتهای تعادلی در سطح بیرونی ماده در مدل ریاضی منطقی است.

### ۶- علائم اختصاری

C	غلظت مواد جامد محلول و یا رطوبت (g/100g)
C <sub>0</sub>	غلظت اولیه (g/100g)
C <sub>e</sub>	غلظت تعادلی (g/100g)
C*	غلظت متوسط بی بعد
D <sub>er</sub>	ضریب نفوذ شعاعی (m <sup>2</sup> /s)
D <sub>es</sub>	ضریب نفوذ جامد (m <sup>2</sup> /s)
D <sub>ew</sub>	ضریب نفوذ رطوبت (m <sup>2</sup> /s)
L	طول (m)
r	شعاع (m)



شکل ۱۲- نمودار دو بعدی تغییرات  $\phi$  بر حسب  $\tau$  و  $x$  برای آب



شکل ۱۳- نمودار دو بعدی تغییرات  $\phi$  بر حسب  $x$  و  $\tau$  برای آب

همین نتایج با افزایش زمان نیز به خوبی قابل مشاهده می‌باشند. از نمودارها کاملاً مشخص است که هر قدر زمان افزایش می‌یابد مقدار غلظت به مقدار تعادلی خود نزدیک می‌شود. در زمانهای اولیه شروع نفوذ  $\phi(x,0) = 1$  می‌باشد و این به این خاطر است که در شروع فرایند غلظت در سرتاسر استوانه برابر با مقدار اولیه آن است  $C(r,0) = C_0$ . شکل‌ها نشان می‌دهند که بیشترین سرعت تغییرات غلظت در زمانهای اولیه می‌باشد. به ازای مقادیر کوچک  $\tau$  منحنی‌های تابع  $\phi$  بیشترین شیب را نشان می‌دهند که با افزایش زمان از شیب نمودار کاسته می‌شود و این به این معناست که با

## مراجع

- [1] Brennan, J. G., "Food dehydration: a dictionary and guide", 2nd ed., Oxford, UK: Butterworth-Heinemann Series in Food Control, pp. 78, (1994).
- [2] Barbosa-canovas, G. V., Vega-mercado, H., "Dehydration of foods", 1st ed., Springer Us, pp. 110, (1996).
- [3] Azuara E., Cortes, R., Garcia, H. S., Beristain, C. I., "Kinetic model for osmotic dehydration and its relationship with Fick's second law", International Journal of Food Science and Technology, Vol. 27, pp. 409-418, (1992).
- [4] Kaymak-Ertekin, F., Sultanoglu, M., "Modelling of mass transfer during osmotic dehydration of apples", Journal of Food Engineering, Vol. 46, pp. 243-250, (2000).
- [5] Azuara E., Flores E., Beristain, C. I., "Water diffusion and concentration profiles during osmodehydration and storage of apple tissue", Food and Bioprocess Technology, Vol. 2, No. 4, pp. 243-250, (2009).
- [6] Singh, B., Kumar A., Gupta, A. K., "Study of mass transfer kinetics and effective diffusivity during osmotic dehydration of carrot cubes", Journal of Food Engineering, Vol. 79, pp. 471-480, (2007).
- [7] Sutar, P. P., Gupta, D. K., "Mathematical modeling of mass transfer in osmotic dehydration of onion slices", Journal of Food Engineering, Vol. 78, pp. 90-97, (2007).
- [8] Falade, K. O., Igbeka, J. C., Ayanwuyi, F. A., "Kinetics of mass transfer, and colour changes during osmotic dehydration of watermelon", Journal of Food Engineering, Vol. 80, pp. 979-985, (2007).
- [9] Rastogi, N. K., Raghavarao, K. S., Niranjana, K., Knorr, D., "Recent developments in osmotic dehydration: methods to enhance mass transfer", Trends in Food Science & Technology, Vol. 13, pp. 48-59, (2002).
- [10] Magee, T. R. A., Murphy, W. R., Hassaballah, A. A., "Internal mass transfer during osmotic dehydration of apple slices in sugar solutions", Irish Journal of Food Science and Technology, Vol. 7, pp. 147-155, (1983).
- [11] Crank, J., "Mathematics of diffusion", 2nd ed., London: Oxford University Press, pp. 69-75, (1975).

شعاع خارجی استوانه (m)	R
جرم جامد خشک اولیه (g)	$S_0$
جرم جامد خشک در زمان t (g)	$S_t$
جامد نفوذ کرده (g/100g fresh fruit)	SG
جامد نفوذ کرده در زمان t (g/100g fresh fruit)	$SG_t$
جامد نفوذ کرده در زمان بینهایت (g/100g fresh fruit)	$SG^\infty$
زمان (s)	t
جرم اولیه لوبیا (g)	$W_0$
جرم ظرف (g)	$W_p$
جرم لوبیا پس از زمان t از شروع فرایند اسمز (g)	$W_t$
آب از دست رفته (g/100g fresh fruit)	WL
آب از دست رفته در زمان t (g/100g fresh fruit)	$WL_t$
آب از دست رفته در زمان بینهایت (g/100g fresh fruit)	$WL^\infty$
شعاع بدون بعد	x
زمان بدون بعد	$\tau$
تغییرات غلظت بدون بعد	$\phi$