

بهینه‌سازی متغیرهای فرآیندها با استفاده

از طرح آزمایشی مرکب مرکزی

الهام آقایی^۱، محمد پازوکی^{۲*}، منصور کیانپور راد^۲

۱- گروه فرآوری مواد معدنی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۲- پژوهشکده انرژی، پژوهشگاه مواد و انرژی، کرج

پست الکترونیکی: mpazouki@merc.ac.ir

چکیده

روش سطح پاسخ^۱ (RSM) مجموعه‌ای از روشهای آماری و ریاضی مفید در طراحی آزمایشها برای تعیین اثرات اصلی و متقابل بین متغیرهای مؤثر بر فرآیند، وجود انحنای در سیستم و همچنین تعیین مقادیر بهینه هر متغیر برای دستیابی به حداکثر یا حداقل مقدار پاسخ فرآیند می‌باشد. با توجه به اهمیت طراحی آزمایش در انجام پروژه‌های تحقیقاتی، در این مقاله، روش سطح پاسخ و مراحل انجام آن توضیح داده شده است. برای این منظور، از تحقیقی که در آن برای بهینه‌سازی فرآیند رسوب مس توسط آهن از طرح مرکب مرکزی استفاده گردیده، به عنوان الگو بهره‌گیری شده است. با استفاده از نمودارهای خطوط تراز، شرایط بهینه برای دستیابی به حداکثر درصد رسوب مس (۹۸/۹٪) تعیین شده است.

کلمات کلیدی: روش سطح پاسخ، طرح مرکب مرکزی، بهینه‌سازی، روش آماری طرح آزمایش

۱- مقدمه

طراحی آماری آزمایش‌ها اشاره به فرآیند طراحی آنها دارد، به گونه‌ای که با استفاده از آن، اطلاعات مناسبی که بتواند بوسیله روش‌های آماری تجزیه و تحلیل شود، جمع‌آوری شده و در نتیجه نتایج معتبری به دست خواهد آمد. طراحی آزمایش‌ها یک ابزار بسیار مهم در دنیای علوم و مهندسی برای بهبود محصولات حاصله از یک فرآیند می‌باشد [۱]. آنالیز آماری داده‌ها در طراحی آزمایش‌ها، در واقع برای مطالعه روابط حاکم بین ورودی (متغیرهای مؤثر) و خروجی (پاسخ)

یک فرآیند صورت می‌گیرد [۲]. در تجزیه و تحلیل آزمایش‌های انجام شده، پس از تعیین متغیرهای تأثیرگذار بر فرآیند، لازم است بهینه‌سازی انجام شود تا این که محدوده متغیرهای مؤثر، بمنظور امکان دستیابی به بهترین پاسخ، تعیین شوند [۱ و ۳]. یکی دیگر از مهمترین مزایای طراحی آزمایش‌ها، در حقیقت برازش^۲ یک مدل برای پدیده مورد نظر می‌باشد [۴].

1. Response Surface Methodology
2. fitting

می‌باشند [۱۲]. طرح‌های عاملی، در مطالعه اثرات دو یا چند متغیر بر پاسخ فرآیند مورد استفاده قرار می‌گیرند. در طرح عاملی کامل، چنانچه هر متغیر دارای دو سطح باشد، تعداد آزمایش‌ها از رابطه 2^k بدست می‌آید که در آن k ، تعداد متغیرهاست. کاربرد طرح عاملی کامل دو سطحی، در مراحل اولیه پروژه‌های تحقیقاتی، که تحت تأثیر تعداد زیادی متغیر بر پاسخ یک فرآیند مورد بررسی قرار می‌گیرد، مفید است. همچنین، با استفاده از این طرح، رابطه خطی بین متغیرهای مستقل و پاسخ فرآیند حاصل می‌شود. طرح عاملی کامل برای تخمین ضرایب جملات غیر خطی (درجه دو و بیشتر) در مدل پاسخ، نیازمند حداقل سه سطح برای هر متغیر است (طرح عاملی کامل سه سطحی) و بنابراین به تعداد $N=3^k$ آزمایش نیاز خواهد بود. با زمان افزایش تعداد متغیرها، تعداد آزمایش‌های مورد نیاز برای طرح‌های عاملی کامل به سرعت افزایش می‌یابد. در صورتی که بتوان از اثرات متقابل چندتایی بین متغیرها در یک فرآیند چشم‌پوشی کرد، از طرح‌های عاملی جزئی برای طراحی و انجام آزمایش‌ها استفاده می‌شود.

با وجود این، در طرح‌های عاملی جزئی، تأثیر متقابل بین پارامترها را نمی‌توان بدست آورد [۳]. روش "تاگوچی" نیز، نوعی طرح عاملی جزئی است که برای تخمین اثرات اصلی متغیرها مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع، این طرح نوعی طرح غربالی است که عامل‌های مؤثرتر بر فرآیند را تعیین می‌کند.

طرح مرکب مرکزی یک جایگزین مناسب برای طرح‌های عاملی است. این طرح اولین بار در سال ۱۹۵۱ توسط باکس و ویلسون^۵ ارائه گردید و توسط باکس و هانت^۶ اصلاح شد. این طرح تقریباً اطلاعات یکسانی را نسبت به طرح سه سطحی عاملی کامل ارائه می‌دهد، لیکن نیازمند تعداد آزمایش‌های کمتری نسبت به آن می‌باشد [۱۲].

اگر فرض کنیم که k تعداد متغیرهای ورودی یک فرآیند باشد که به صورت مقادیر کد شده X_1, X_2, \dots, X_k نشان داده شوند، در این صورت، طرح مرکب مرکزی شامل سه قسمت زیر خواهد بود [۲]:

$$(1) \quad n_1 \text{ تعداد نقاط عاملی با } X_i = -1, +1 \quad (i=1, 2, \dots, k)$$

$$(2) \quad n_2 \text{ تعداد نقاط مرکزی با } X_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, k)$$

$$(3) \quad 2k \text{ تعداد نقاط ستاره‌ای (محوری) با } X_i = -\alpha, +\alpha \quad (i=1, 2, \dots, k)$$

با استفاده از طراحی آزمایش‌ها، شرایط بهینه منطبق با پاسخ مورد نظر، با انجام تعداد آزمایش‌های کمتر نسبت به روش‌های مرسوم (یک متغیر در زمان) به دست می‌آید [۵] و به علاوه، در زمان و هزینه‌ها صرفه‌جویی شده و مصرف مواد مورد نیاز نیز کاهش می‌یابد [۶].

روش سطح پاسخ، مجموعه‌ای از روش‌های آماری و ریاضی مفید برای مدل‌سازی و تجزیه و تحلیل مسائلی است که در آنها سطح پاسخ مورد نظر بوسیله چند متغیر تحت تأثیر قرار می‌گیرد [۷ و ۸]. در بیشتر مسائل RSM، رابطه بین پاسخ و متغیرهای مستقل ناشناخته است. بنابراین، گام اول در این روش، یافتن یک تابع تقریبی بین پاسخ و متغیرهای مستقل می‌باشد. اگر پاسخ بوسیله یک تابع خطی از متغیرهای مستقل به خوبی مدل‌سازی شود، تابع تقریبی، مدل درجه یک نامیده می‌شود. در صورتی که در سیستم، انحنایی وجود داشته باشد (پاسخ خطی نباشد)، یک چند جمله‌ای درجه دو یا بیشتر به عنوان تابع، مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. نمایش گرافیکی این معادلات، سطوح پاسخ نامیده می‌شوند و قادرند برای توصیف اثرات منحصر به فرد یا متقابل متغیرهای آزمایش شده بر روی پاسخ، مورد استفاده قرار گیرند [۴].

نمودارهای خطوط تراز^۱، یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای نمایش و تفسیر سیستم سطح پاسخ‌اند. نمودار خطوط تراز یک نمودار دو بعدی است و خطوط تراز، پاسخ‌های ثابت را بر روی سیستم محورها نمایش می‌دهد. هر یک از محورها نیز، یک جفت از متغیرهای طرح را نشان می‌دهند، این در صورتی است که سایر متغیرها ثابت باشند [۹-۱۱]. در RSM هدف اصلی، بهینه‌سازی سطح پاسخی است که به وسیله پارامترهای مختلف فرآیند تحت تأثیر قرار می‌گیرد [۱۲]. یکی از معمول‌ترین روش‌های طراحی که در مطالعات سطح پاسخ برای تخمین مدل رگرسیون درجه دو مورد استفاده قرار می‌گیرد، طرح مرکب مرکزی است [۲].

۲- طرح مرکب مرکزی^۲

روش‌های معمول طراحی آزمایش برای آنالیز فرآیندها و مدل‌سازی آنها، طرح‌های عاملی کامل^۳، عاملی جزئی^۴ (۱) و مرکب مرکزی

1. contour plots
2. central composite design
3. full factorial
4. fractional factorial

5. Box & Wilson
6. Box & Hunter

اگر طرح عاملی مورد استفاده، طرح عاملی کامل باشد در این صورت،

$$\alpha = [2^k]^{0/25} \quad (2)$$

مقادیر کد شده و واقعی هر متغیر به صورت تابعی از محدوده مورد نظر آن متغیر (سطوح بالا و پایین آن) با استفاده از معادله‌های زیر حاصل می‌شود [۱۸ و ۱۶]:

$$x_i = \frac{X_i - X_0}{\Delta X_i} \quad (3)$$

$$X_0 = \frac{X_{iH} + X_{iL}}{2} \quad \text{و} \quad \Delta X_i = \frac{X_{iH} - X_{iL}}{2} \quad (4)$$

x_i ، مقادیر کد شده هر متغیر ($i=1,2,\dots,k$)

به ترتیب، نشانگر سطوح بالا و پایین و مقادیر واقعی هر متغیر می‌باشند.

دو نوع طرح مرکب مرکزی در شکل (۱) نشان داده شده است. طرح موجود در سمت چپ، طرح دو متغیره می‌باشد. چهار آزمایش، قسمت مکعبی (طرح عاملی کامل 2^2) و طرح ستاره‌ای چهار آزمایش دیگر را ($\alpha = \sqrt{2}$) ایجاد می‌کنند. همچنین، سه آزمایش تکراری در نقطه مرکزی وجود دارد. طرح سه عاملی سمت راست، دارای $2^3=8$ آزمایش عاملی، چهار نقطه مرکزی و شش نقطه ستاره‌ای با $\alpha = 1/683$ است [۱۳].

پس از انجام آزمایش‌ها مطابق با طرح مورد نظر و ثبت اطلاعات پاسخ فرآیند، آنالیز رگرسیون برای تعیین ضرایب مدل پاسخ، خطای استاندارد و تعیین معنی دار بودن آنها انجام می‌گیرد [۱۲]. مدل درجه دو برای نمایش رابطه بین پاسخ فرآیند با تعداد k متغیر موجود در طرح به صورت زیر است [۱۸ و ۱۳ و ۱۴]:

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k b_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (5)$$

که در آن، پاسخ فرآیند Y و خطای مشاهده شده در پاسخ ε است.

بنابراین، تعداد کل نقاط آزمایش در طرح، $N = n_f + 2k + n_c$ است. در صورتی که از طرح عاملی کامل استفاده شده باشد، $n_f = 2^k$ و بنابراین، تعداد آزمایش‌ها از رابطه $N = 2^k + 2k + n_c$ نتیجه می‌شود [۱۳]. از آنجایی که در این طرح، با افزایش تعداد متغیرها تعداد آزمایش‌ها نیز افزایش می‌یابد، بنابراین، بهتر است که پس از تعیین متغیرهای مؤثرتر بر فرآیند و کاهش تعداد آنها، به منظور بهینه‌سازی فرآیند از این طرح استفاده شود.

نقاط عاملی در این طرح برای تعیین مدل درجه اول به همراه اثرات متقابل متغیرها مورد استفاده قرار می‌گیرند. نقاط آزمایش مرکزی، اطلاعاتی را در مورد وجود انحنای در سیستم فراهم می‌سازد و همچنین، این نقاط برای تخمین خطای خالص سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند. اگر انحنایی در سیستم وجود داشته باشد، با اضافه کردن نقاط ستاره‌ای به طرح، امکان تخمین ضرایب مدل درجه دو میسر می‌شود [۱۴ و ۹ و ۴].

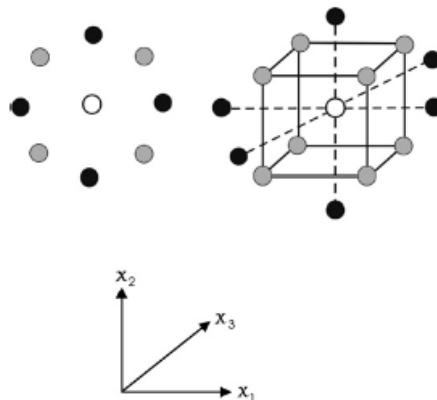
در صورتی که نقاط ستاره‌ای در طرح دارای فاصله‌های یکسان α از نقاط مرکزی باشند، طرح مرکب مرکزی محدود شده^۱ نامیده می‌شود. این طرح، شامل پنج سطح برای هر عامل می‌باشد. طرح مرکب مرکزی محاطی^۲ از طرح مرکب مرکزی که محدود شده است مشتق می‌شود و از تقسیم هر یک از سطوح عامل‌ها در این طرح بر مقدار α به دست می‌آید و لذا، در این طرح نیز، هر عامل دارای پنج سطح است. در صورتی که $\alpha = \pm 1$ باشد، آنگاه هر عامل دارای سه سطح است و طرح حاصله، طرح مرکب مرکز وجهی نامیده می‌شود [۱۶ و ۱۵].

در واقع، در طرح مرکب مرکزی با در نظر گرفتن پنج سطح برای هر متغیر، امکان پیش‌بینی پاسخ فرآیند در خارج از محدوده هر متغیر فراهم می‌شود. لیکن، در صورتی که مقادیر مربوط به سطوح $+\alpha$ و $-\alpha$ هر متغیر که در خارج از محدوده آن متغیر قرار می‌گیرند، تعریف نشده باشد، طرح مرکب مرکزی پنج سطحی محدود شده یا سه سطحی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تعیین مقدار α : مقدار α در طرح مرکب مرکزی وابسته به تعداد نقاط آزمایش‌های عاملی است [۱۷ و ۱۵]:

$$\alpha = [\text{تعداد آزمایش‌های عاملی}]^{0/25} \quad (1)$$

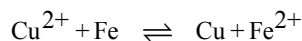
1. circumscribed central composite
2. face centered composite



شکل ۱- طرح مرکب مرکزی برای دو و سه متغیر. نقاط طوسی نشانگر آزمایش‌های عاملی، نقاط سیاه، آزمایش‌های ستاره‌ای و نقاط سفید، آزمایش‌های مرکزی می‌باشند [۱۳].

۳- بهینه‌سازی فرآیند رسوب مس توسط آهن با استفاده از طرح آزمایشی مرکب مرکزی

رسوب الکتروشیمیایی، روش شناخته شده‌ای برای حذف یون‌های فلزی از محلول‌ها است. حذف فلزات سنگین، مخصوصاً مس، به وسیله ایجاد رسوب توسط محققین مختلفی بر روی مواد زمینه‌ای همچون روی، آهن و آلومینیوم صورت گرفته است. مطالعه حاضر، برای بررسی اثر متغیرهای فرآیند شامل: غلظت اولیه مس، دما، pH و شدت جریان بر روی مقدار رسوب مس تولید شده به کمک آهن (پاسخ فرآیند) می‌باشد که تحت واکنش زیر صورت می‌گیرد [۶].



مقادیر واقعی هر یک از متغیرها و سطوح مربوط به آنها، در جدول (۱) نشان داده شده است.

ضرایب b به وسیله روش حداقل مربعات به دست می‌آیند. معادله ۵ را می‌توان به طور کلی به شکل ماتریس، به صورت زیر نوشت [۱۲]:

$$Y = bX + \varepsilon \quad (6)$$

که در آن ماتریس مقادیر اندازه‌گیری شده پاسخ Y ، ماتریس متغیرهای مستقل X ، و ماتریس‌های b و ε به ترتیب مربوط به ضرایب و خطای آزمایش‌اند. جواب معادله ۶ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$b = (X'X)^{-1}X'Y \quad (7)$$

X' ، ترانهاده ماتریس X و $(X'X)^{-1}$ ، معکوس ماتریس $X'X$ است.

جدول ۱- مقادیر و سطوح متغیرها در فرآیند رسوب مس

محدوده و سطوح متغیرها					متغیرها
-a	-۱	۰	+۱	+a	
۱۰	۳۲/۵	۵۵	۷۷/۵	۱۰۰	غلظت اولیه یون مس (X ₁) (ppm)
۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	دما (X ₂) (°C)
۱	۲	۳	۴	۵	pH (X ₃)
۰/۴۶	۱/۴۴	۲/۴۲	۳/۴۰	۴/۳۸	شدت جریان (X ₄) (ml/s)

ارائه شده است. لازم به ذکر است که در این جدول، آزمایش شماره ۲۵ مربوط به نقطه مرکزی با ۱۲ تکرار و عدد مربوط به پاسخ، میانگین آنها با انحراف معیار $\pm 0/818$ می‌باشد. کلیه انجام آزمایش‌ها به صورت تصادفی می‌باشند.

همچنین، آزمایش‌ها به کمک طرح آزمایش مرکب مرکزی، به منظور مطالعه اثرات اصلی و متقابل این متغیرها و یافتن شرایط بهینه برای دستیابی به حداکثر مقدار رسوب مس، طراحی شده‌اند. ماتریس مربوط به طرح آزمایش مرکب مرکزی و نتایج حاصله از انجام آزمایش‌های طراحی شده (درصد رسوب مس حاصله)، در جدول (۲)

جدول ۲- ماتریس طرح مرکب مرکزی به علاوه نتایج به دست آمده از انجام آزمایش‌ها

شماره آزمایش	متغیرها				پاسخ				
	مقادیر کد شده				مقادیر واقعی				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4	درصد حذف مس
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۳۲/۵	۳۰	۲	۱/۴۴	۶۷/۹۳۸
۲	+۱	-۱	-۱	-۱	۷۷/۵	۳۰	۲	۱/۴۴	۷۳/۲۲۳
۳	-۱	+۱	-۱	-۱	۳۲/۵	۵۰	۲	۱/۴۴	۷۵/۶۲۲
۴	+۱	+۱	-۱	-۱	۷۷/۵	۵۰	۲	۱/۴۴	۸۴/۲۶۱
۵	-۱	-۱	+۱	-۱	۳۲/۵	۳۰	۴	۱/۴۴	۸۱/۹۴۸
۶	+۱	-۱	+۱	-۱	۷۷/۵	۳۰	۴	۱/۴۴	۸۶/۸۶۵
۷	-۱	+۱	+۱	-۱	۳۲/۵	۵۰	۴	۱/۴۴	۸۸/۳۸۲
۸	+۱	+۱	+۱	-۱	۷۷/۵	۵۰	۴	۱/۴۴	۹۰/۳۰۲
۹	-۱	-۱	-۱	+۱	۳۲/۵	۳۰	۲	۳/۴	۸۱/۷۱۴
۱۰	+۱	-۱	-۱	+۱	۷۷/۵	۳۰	۲	۳/۴	۸۷/۰۵۵
۱۱	-۱	+۱	+۱	+۱	۳۲/۵	۵۰	۲	۳/۴	۹۲/۹۳۸

رفتار سیستم از طریق معادله زیر روشن می‌شود. ضرایب این معادله بر اساس معادله (۷) و با استفاده از نرم‌افزار Design-Expert[®] (<http://www.statease.com>) تعیین شده است:

$$\begin{aligned}
 Y^3 = & 780176.196 + 46014.527X_1 + 72989.477X_2 + 69723.065X_3 + 102732.772X_4 \\
 & - 26801.474X_1^2 - 15982.793X_2^2 - 34561.615X_3^2 - 46024.826X_4^2 \\
 & + 3601.214X_1X_2 - 4399.565X_1X_3 - 1575.081X_1X_4 \\
 & - 23549.165X_2X_3 + 6288.766X_2X_4 - 39778.059X_3X_4
 \end{aligned}$$

افزایش می‌یابد.

نتایج آنالیز واریانس مدل (جدول ۴) نشانگر این است که تمام متغیرها معنی دار بوده و مقادیر p آنها ($p\text{-value} < 0/0001$) نشان می‌دهد که کمتر از ۰/۰۱ درصد احتمال دارد که معنی دار بودن آنها ناشی از اختلال^۱ و خطا باشد. همچنین، نتایج حاصله گویای این موضوع است که بین متغیرهای pH و شدت جریان (X_3X_4) و دما و pH (X_2X_3) تأثیر متقابل وجود دارد (نتایج به دست آمده در جدول (۳) نیز این مطلب را اثبات می‌کند). ضرایبی که در آنها مقدار p کمتر از ۰/۰۵ باشد، معنی دار بوده و در صورتی که این مقدار بیش از ۰/۱ باشد، نشانگر غیرمعنی دار بودن جملات مدل است [۱]. مقادیر مربوط به آماره F در جدول (۴)، برای مقایسه واریانس مدل و جملات آن با واریانس خطا به کار می‌رود. در صورتی که واریانس‌ها به هم نزدیک باشند، مقدار F به سمت عدد یک میل می‌کند که مبین غیر معنی دار بودن مدل و یا جملات آن است.

که در آن Y پاسخ فرآیند (درصد رسوب مس) و X_1, X_2, X_3, X_4 مقادیر کد شده متغیرهای مستقل مؤثر بر فرآیند است. همچنین، هر یک از جملات X_iX_j ($i, j = 1, 2, 3, 4, i \neq j$) نشان‌دهنده تأثیر متقابل بین متغیرهاست.

ضرایب مدل و محدوده اطمینان ۹۵٪ هر یک از آنها در جدول (۳) مشاهده می‌شود. در صورتی که محدوده اطمینان هر ضریب شامل صفر باشد، نشان‌دهنده بی‌تأثیر بودن آن جمله مدل بر پاسخ می‌باشد. بنابراین، با توجه به محدوده‌های اطمینان ضرایب مدل در جدول (۳)، می‌توان از تأثیر متقابل بین متغیرهای X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4 و X_2X_4 چشم‌پوشی کرد.

با توجه به این که ضریب مربوط به شدت جریان (X_4) در معادله (۸) بزرگتر از سایر ضرایب است، لذا، این متغیر بیشترین تأثیر را در مقدار پاسخ دارد. همچنین، علامت مثبت این ضریب نشان می‌دهد که بین شدت جریان و درصد رسوب مس (پاسخ) رابطه مستقیمی حاکم است و به عبارت دیگر، با افزایش شدت جریان، درصد رسوب مس

جدول ۳- تخمین ضرایب و محدوده‌های اطمینان آنها

سطح بالای محدوده اطمینان ۹۵٪	سطح پایین محدوده اطمینان ۹۵٪	ضرایب جملات مدل	جملات مدل
۷۹۷۰۹۵/۷۴۰	۷۶۳۲۵۶/۶۵۱	۷۸۰۱۷۶/۱۹۶	ثابت مدل
۵۷۹۷۸/۴۵۱	۳۴۰۵۰/۶۰۲	۴۶۰۱۴/۵۲۷	X_1
۸۴۹۵۳/۴۰۲	۶۱۰۲۵/۵۵۳	۷۲۹۸۹/۴۷۷	X_2
۸۱۶۸۶/۹۹۰	۵۷۷۵۹/۱۴۱	۶۹۷۲۳/۰۶۵	X_3
۱۱۴۶۹۶/۶۹۷	۹۰۷۶۸/۸۴۷	۱۰۲۷۳۲/۷۷۲	X_4
-۱۶۴۴۰/۴۱۲	-۳۷۱۶۲/۵۳۷	-۲۶۸۰۱/۴۷۴	X_1X_1
-۵۶۲۱/۷۳۱	-۲۶۳۴۳/۸۵۶	-۱۵۹۸۲/۷۹۳	X_2X_2
-۲۴۲۰/۵۵۲	-۴۴۹۲۲/۶۷۷	-۳۴۵۶۱/۶۱۵	X_3X_3
-۳۵۶۶۳/۷۶۴	-۵۶۳۸۵/۸۸۹	۴۶۰۲۴/۸۲۶	X_4X_4
۱۸۲۵۳/۹۶۹	-۱۱۰۵۱/۵۴۱	۳۶۰۱/۲۱۴	X_1X_2
۱۰۲۵۳/۱۹۰	-۱۹۰۵۲/۳۲۰	-۴۳۹۹/۵۶۵	X_1X_3
۱۳۰۷۷/۶۷۴	-۱۶۲۲۷/۸۳۷	-۱۵۷۵/۰۸۱	X_1X_4
-۸۸۹۶/۴۱۰	-۳۸۲۰۱/۹۲۱	-۲۳۵۴۹/۱۶۵	X_2X_3
۲۰۹۴۱/۵۲۱	-۸۳۶۳/۹۹۰	۶۲۸۸/۷۶۶	X_2X_4
-۲۵۱۲۵/۳۰۴	-۵۴۴۳۰/۸۱۴	-۳۹۷۷۸/۰۵۹	X_3X_4

1. Noise

جدول ۴- تعیین ضرایب رگرسیون برای فرآیند رسوب مس

p	F-value	میانگین مربعات خطا	جملات مدل
<۰/۰۰۰۱	۶۴/۸۵۳	۵/۱۵۱E+۱۰	مدل
<۰/۰۰۰۱	۶۳/۹۷۵	۵/۰۸۲E+۱۰	ثابت مدل
<۰/۰۰۰۱	۱۶۰/۹۶۸	۱/۲۷۹E+۱۱	X_1
<۰/۰۰۰۱	۱۴۶/۸۸۳	۱/۱۶۷E+۱۱	X_2
<۰/۰۰۰۱	۳۱۸/۸۸۶	۲/۵۳۳E+۱۱	X_3
<۰/۰۰۰۱	۲۸/۹۳۸	۲/۲۹۹E+۱۰	X_4
۰/۰۰۴۲	۱۰/۲۹۱	۰/۸۱۷E+۱۰	X_1X_1
<۰/۰۰۰۱	۴۸/۱۲۲	۳/۸۲۲E+۱۰	X_2X_2
<۰/۰۰۰۱	۸۵/۳۳۸	۶/۷۷۹E+۱۰	X_3X_3
۰/۶۱۵	۰/۲۶۱	۰/۰۲۱E+۱۰	X_4X_4
۰/۵۳۹	۰/۳۹۰	۰/۰۳۱E+۱۰	X_1X_2
۰/۸۲۵	۰/۰۵۰	۰/۰۰۴E+۱۰	X_1X_3
۰/۰۰۳	۱۱/۱۷۱	۰/۸۸۷E+۱۰	X_1X_4
۰/۳۸۲	۰/۷۹۷	۰/۰۶۳E+۱۰	X_2X_3
<۰/۰۰۰۱	۳۱/۸۷۲	۲/۵۳۳E+۱۰	X_2X_4

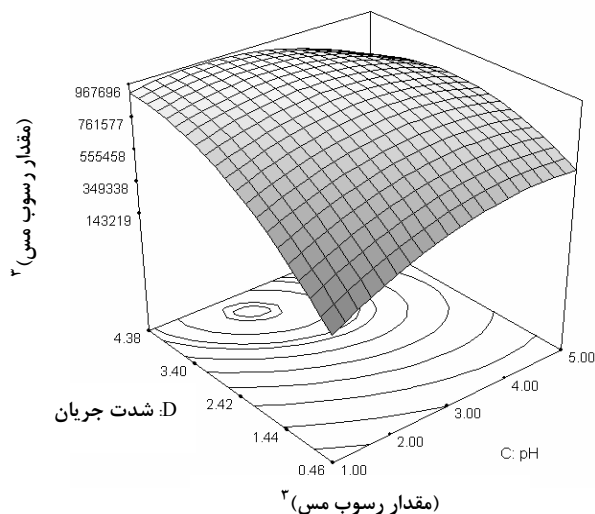
در شکل (۲) و (۳)، نمودارهای سطح پاسخ و خطوط تراز پاسخ فرآیند (درصد رسوب مس) در مقابل اثرات متقابل pH و شدت جریان (دو متغیری که دارای بیشترین تأثیر بر پاسخ‌اند). نشان داده شده است. هر خط تراز نشانگر تعدادی از ترکیبات دو متغیر آزمایش است، در صورتی که سایر متغیرها دارای مقادیر مشخصی می‌باشند. حداکثر درصد حذف مس، به وسیله سطحی که کوچکترین منحنی در نمودار خطوط تراز است، مشخص می‌شود. آنالیز این نمودارها می‌رساند که درصد رسوب مس، در جهت افزایش شدت جریان و کاهش مقدار pH افزایش می‌یابد، تا جایی که حداکثر مقدار رسوب مس (۹۸/۹٪) در مقادیر $pH = ۲/۴۱$ ، $۷۷/۴۷ mg/l$ غلظت اولیه مس، $۶۰^{\circ}C$ دما و شدت جریان حاصله برابر $۳/۸۸ ml/s$ باشد.

بهینه‌سازی فرآیند: فرض کنیم که می‌خواهیم سطوحی از متغیرهای X_i را بیابیم که پاسخ مورد نظر را بهینه سازند. این نقاط، مجموعه‌ای از X_i اند که در آن مشتقات جزئی صفر است [۱]:

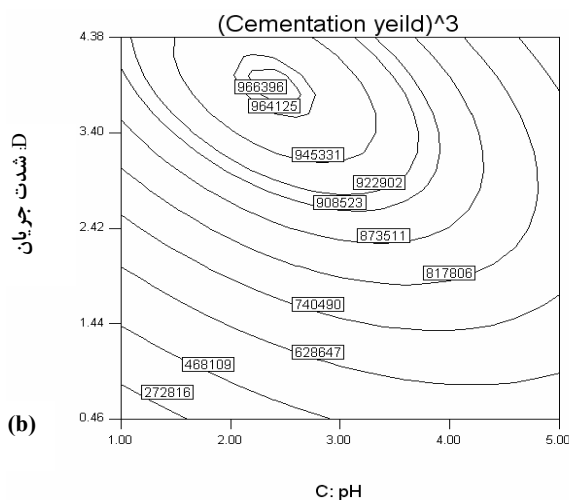
$$dY/dX_i = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, k) \quad (۹)$$

در معادله فوق k نشانگر تعداد متغیرها است.

در این نقاط، پاسخ مورد نظر حداکثر، حداقل و یا به شکل زیر می‌باشد. نمودارهای خطوط تراز نقش مهمی را در مطالعه سطح پاسخ ایفا می‌کنند. با ایجاد نمودارهای خطوط تراز و با استفاده از نرم‌افزارها برای آنالیز سطح پاسخ، آزمایشگر می‌تواند شکل سطح پاسخ و محل قرارگیری نقطه بهینه را با دقت قابل قبولی تعیین کند.



شکل ۲- نمودارهای سطح پاسخ



شکل ۳- نمودار خطوط تراز برای دو متغیر pH و شدت جریان

بررسی تأثیر تعداد زیادی متغیر در یک فرآیند در مراحل اولیه پروژه‌های تحقیقاتی و کاهش تعداد آنها بر اساس تأثیرگذاری بر پاسخ فرآیند با استفاده از روش‌های عاملی مرسوم، به منظور بهینه‌سازی فرآیند از روش مرکب مرکزی استفاده می‌شود. با استفاده از این طرح، تأثیرات اصلی و متقابل بین عامل‌ها، وجود انحنای در سیستم و همچنین مقادیر بهینه عامل‌های مؤثر بر فرآیند، برای دستیابی به حداکثر یا حداقل مقدار پاسخ بدست خواهد آمد.

۴- نتیجه‌گیری

روش سطح پاسخ (RSM) مجموعه‌ای از روش‌های آماری و ریاضی مفید برای مدلسازی و آنالیز مسائلی است که در آنها سطح پاسخ مورد نظر بوسیله متغیرهای مختلفی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. در RSM رابطه بین متغیرهای مستقل و متغیر پاسخ با استفاده از یک تابع تعریف می‌شود. یکی از متداول‌ترین طراحی‌های مرتبه دوم که در مطالعات سطح پاسخ برای تخمین مدل رگرسیون مرتبه دوم مورد استفاده قرار می‌گیرد، طرح مرکب مرکزی می‌باشد. در واقع، پس از

- [10] I.A.W. Tan, A.L. Ahmad, B.H. Hameed, "Optimization of preparation conditions for activated carbons from coconut husk using response surface methodology" *Chemical Engineering Journal*, In Press, Corrected Proof, Available online 27 April (2007).
- [11] M.A. Alim, J.-H. Lee, C.C. Akoh, M.-S. Choi, M.-S. Jeon, J.-A. Shin, K.-T. Lee. "Enzymatic transesterification of fractionated rice bran oil with conjugated linoleic acid: Optimization by response surface methodology" *LWT - Food Science and Technology*, 41(5), 764-770, (2008).
- [12] N. Aslan, "Application of response surface methodology and central composite rotatable design for modeling the influence of some operating variables of a Multi-Gravity Separator for coal cleaning", *Fuel*, 86, 769-776, (2007).
- [13] Sergio Luis Costa Ferreira, et al., "Statistical designs and response surface techniques for the optimization of chromatographic systems", *Journal of Chromatography*. Article in press, (2007).
- [14] A.O. Anunziata, J. Cussa, "Applying response surface design to the optimization of methane activation with ethane over Zn-H-ZSM-11 zeolite" *Chemical Engineering Journal*, In Press, Corrected Proof, Available online 16 July (2007).
- [15] <http://www.itl.nist.gov/div 898/handbook/index.htm>
- [16] K.B. Körbahti, M.A. Rauf, "Application of response surface analysis to the photolytic degradation of Basic Red 2 dye". *Chemical Engineering Journal*, In Press, Corrected Proof, Available online 28 June (2007).
- [17] Körbahti Bahadır K. and Rauf M.A. Response surface methodology (RSM) analysis of photoinduced decoloration of toludine blue. *Chemical Engineering Journal*, In Press, Corrected Proof, Available online 7 March (2007).
- [18] Yang Mu, Gang Wang, Han-Qing Yu, "Response surface methodological analysis on biohydrogen production by enriched anaerobic cultures", *Enzyme and Microbial Technology*, 38, 905-913, (2006)
- [1] D.C. Montgomery, "Design and Analysis of Experiments", 6th ed., John Wiley & Sons, New York, (2005).
- [2] C. F. Jeff Wu, M. Hamada, "Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization", John Wiley & Sons, New York, (2000).
- [۳] پازوکی. م، شایگان. ج، قوی پنجه. ف، صالحی. ر "بررسی تأثیر عاملها بر پاسخ فرآیندهای شیمیایی بیولوژیکی با استفاده از طرح پلاکت- برمن". *مجله مهندسی شیمی ایران*، سال پنجم، شماره ۲۵، ص. ۵۴-۴۸، (۱۳۸۵).
- [4] B. Preetha, T. Viruthagiri, "Application of Response Surface Methodology for the Biosorption of Copper using *Rhizopus arrhizus*", *Journal of Hazardous Materials*, 143,506-510, (2007).
- [5] Chuen-Lin Tien, Shane-Wen Lin, "Optimization of process parameters of titanium dioxide films by Response Surfaces Methodology", *Optics Communications*, 266,574-581, (2006).
- [6] W. Djoudi, F. Aissani-Benissad, S. Bourouina-Bacha, "Optimization of copper cementation process by iron using central composite design experiments", *Chemical Engineering Journal*, 133, 1-6, (2007).
- [7] M. Pazouki, A. Hussainia, F. Moztaizadeh, M. Banifathemi, "Application of response surface methodology for optimization of important parameters in decolorizing treated distillery wastewater using *Aspergillus fumigatus* U_{B2} 60" *Biodeterioration and Biodegradation Journal*, 57(4), 195-199, (2006).
- [8] W. Djoudi, F. Aissani-Benissad, S. Bourouina-Bacha, "Optimization of copper cementation process by iron using central composite design experiments" *Chemical Engineering Journal*, 133(1-3), 1-6, (2007).
- [9] R. H. Myers, D. C. Montgomery, "Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments", second ed., John Wiley & Sons, New York, (2002).